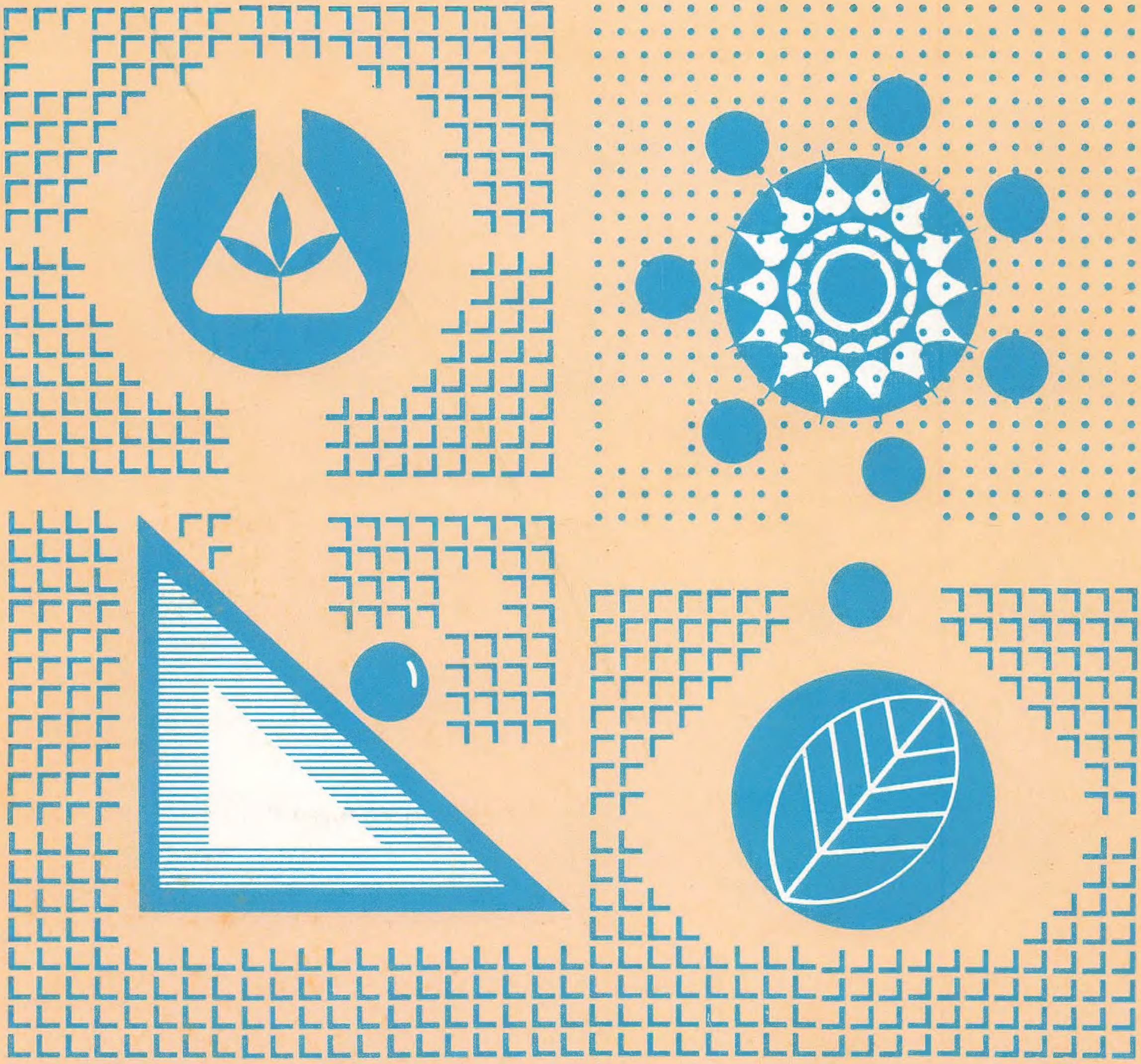
科學教育 月刊

185



國立臺灣師範大學科學教育中心發行
中華民國八十四年十二月出版

科學教育月刊

中華民國八十四年十二月出版（全年十期，七、八月休刊）

Science Education Monthly

No. 185 December 1995

編輯指導委員會委員：呂溪木（召集人）

王清波 毛連塭 李建興 吳英璋
吳清基 卓英豪 林來發 施 河
郭重吉 陳英豪 黃季仁 楊冠政
趙金祁 簡茂發 魏明通 藍順德

發 行 人：陳昭地
主 編：彭育才
執行編輯：洪有情
編輯顧問：王執明 余健治 沈秀雄 林金盾
林海清 林淑貞 吳瑞謀 柳 賢
陳冒海 黃水利 湯志民 張宗仁
曾坤地 褚德三 鄒治華 楊榮祥
蔡志明 鄭湧涇 顏啓麟 蘇展政

編輯委員：毛松霖 王建都 史金燾 邱日盛
沈青嵩 李虎雄 李春生 李嘉淦
何榮桂 何嘉仁 林一鵬 洪志明
洪萬生 陳文典 黃長司 黃湘武
黃寶鈿 傅學海 劉謹輔 蕭次融

封面設計：陳秋瑾
助理編輯：陳洋珍 黃珮瑜

出 版 者：國立臺灣師範大學科學教育中心
地 址：臺北市汀州路四段88號
電 話：9316273
傳 眞：9327187
印 刷：昶光打字印刷有限公司
地 址：臺北市長沙街二段56之1號4樓
電 話：3317232·3117882
行政院新聞局出版事業登記證
局版臺誌字第一六〇一號
臺灣郵政管理局許可證北臺字第0525號

本刊經費來源：教育部、台灣省教育廳、台北市教育局、高雄市教育局

發行旨趣

一、本刊爲一綜合性刊物，其出版目的如下：
(1)促進科學教育學術研究。
(2)供應科學教育課程資料。
(3)報導政府科學教育資訊。
(4)介紹國內外科學教育現況。

二、本刊內容範圍包括**數學、物理、化學、生物、地球科學及資訊科學**。題材以補充中學科學課程與教材，提供教師教學資料爲主。

稿約

一、本刊竭誠歡迎各界惠賜符合發行旨趣之稿件，來稿請用白話文撰寫，並力求通俗易讀，文稿請勿超過壹萬字（特約稿不在此限）。

二、文稿請用有格稿紙繕寫清楚，幷加標點符號，並請注意下列事項：
(1)來稿請以中、英文註明“論文題目”、“作者眞實姓名”、“服務單位”、“職稱”等項。發表時用眞名或筆名，悉隨尊意。
(2)來稿若爲譯稿，請附原文及原作者同意函影本。
(3)所譯專有名詞，其不常見或初用者，須附註原文。
(4)附圖與註釋，請編列號碼，並在文中註明位置。
(5)請將參考文獻依作者姓氏排序：中、日文依筆劃多寡排列；西文（英、法、德、…等）依字母順序排列；若中、日、西文並列時，則先中、日文後西文。至於參考文獻之寫法，若爲a.期刊論文，可依下列次序書寫：
①作者②出版年③論文篇名④期刊名稱⑤卷期⑥頁數。
註：出版年位置較具彈性，可置篇名前、卷期前或頁碼後。
b.圖書單行本時，可依下列次序書寫：
①作者②書名③版次④出版地⑤出版社⑥頁數⑦出版年。
(6)附註請於文後，依出現前後次序編號排列。
(7)來稿設爲學術研究或原創性論文，請於稿末附以中、英文摘要及關鍵詞彙，以供編審及排印參考。

三、本刊對來稿有刪改權，如有不同意時，請在稿件上註明。如須退稿，請附書妥收件人地址之回郵信封。

四、來稿一經採用，奉致稿酬。一稿兩投，恕不致酬。

五、來稿刊出，版權爲本社所有。

六、作者見解，文責自負，不代表本社意見。

七、來稿請寄本中心科學教育月刊社收。

目　錄

第185期　中華民國八十四年十二月

科教論著

由馬里蘭州的學習成就評量與其在臺灣的試測結果看—實作評量的功能與運用……………………陳文典、陳義勳、李虎雄、簡茂發　2

資優教育

大陸科學資優學生的搖籃：中國科學技術大學少年班……………………魏明通　12

教學法

促進概念改變教學法（Ⅰ）……………………張川木　21

科學教室

開方杯—可用來計算開方的一組杯子……何嘉瑜、李雅君　28

國際數理科奧林匹亞

1995 年第 36 屆國際數學奧林匹亞競賽試題解答評析（Ⅱ）……………………陳昭地、林哲雄、于靖、柳賢、朱亮儒、洪有情　33

1995 年第 26 屆國際物理奧林匹亞競賽試題參考答案（Ⅱ）……………………林明瑞　44

1995 年第 26 屆國際物理奧林匹亞競賽試題評析……………………林明瑞　52

疑難問題討論

地球科學疑難問題討論……………………李春生　57

科教活動報導

中華民國參加 1996 年亞太數學奧林匹亞競賽計畫……………………中華民國數學奧林匹亞委員會　59

中華民國參加 1996 年國際數學奧林匹亞競賽計畫……………………中華民國數學奧林匹亞委員會　62

高級中學數學及自然學科資賦優異學生輔導要點…編輯室　66

八十四學年度高級中學數學及自然學科能力競賽計畫……………………編輯室　69

八十四學年度高級中學資訊學科能力競賽計畫……編輯室　71

主編的話……………………彭育才　43

更正啓事……………………編輯室　51

由馬里蘭州的學習成就評量與其在臺灣的試測結果看一實作評量的功能與運用

*陳文典 °陳義勳 +李虎雄 ++簡茂發
*國立臺灣師範大學物理系
°台北市立師範學院數理教育系
+國立臺灣師範大學數學系
++國立臺灣師範大學教育系

摘要：MS PAP 是馬里蘭州所設計的一種中小學學生的學習成就評量。其特徵在它是一個實作評量，試題係沿著解決問題的過程；觀察、提出預想、實驗設計、執行、整理資料、研判結果等各項心智活動來設計，答卷採取文字敍述方式。因此，評量的項目遍及科學探討的各種能力以及閱讀書寫的表達能力。評分則採取學生在該學年應達成的學習成就指標來評定，不以學生間彼此相對性比較來當標準。

如此的評量方式，費時耗事，評分時更耗人力。但是它却比較能確實地評量到學生的科學能力。

MSPAP 試題在臺灣作小規模試測，我們據此發現此種測驗的功能及運用上的困難和適合運用的教學時機。

壹、緒　言

(一) 馬里蘭州的學習成就評量簡介

美國幅員廣大，爲順應各地方的情況與要求，教育制度也和地方自治的體制相似，在實施上採地方分權制。因此，建立一個全國性的教育評量，以顯示全國教育的一般狀況和瞭解各地教育實施的成果，在發展整體教育時，成爲重要的參考指數。美國的全國性教育評量自一九六八年創始，迄今已有二十多年的歷史（彭森明，1994）。在這其中，對於教育評量功能的認知有了很大的改變；從原先只爲獲得學生的基本學習資料，以訂定學生學習成就的指標、藉各地評量的結果收集資料以發現各地的教育差異性等，其主要在於發揮評鑑性的功能。後來，逐漸地對評量結果做進一步分析、瞭解、詮釋與應用，收集有關學生背景、課程及教學方式、學習環境等各方資料，探討影響教育的各項因素、了解教學缺失，因而評量更具有「了解學習，解決學習困難」的積極性意義。這種由以「評鑑」爲目的，進而應用於改進教學，是一個很重要的改變，它的重點不在於競爭和比較，而在於瞭解與改進。

1989 年秋，美國總統與各州州長舉行全國教育高峰會議，訂定全國六項教育目標，

做爲教育改革的指針。其中對於基本學科要求達到的程度、以及學生思考與分析能力等均列有要求的目標和標準。這些學習成效的指標，成爲各級學校教學的指針。依據這些指標，1990年後，陸續發展出數學、語文、科學、寫作、歷史、地理、公民等學科的評量，這些評量經各州相繼引用後，已成爲一種全國性的教育評量。關於這些學科的評量，均以學科爲單位，定期有專集出刊，報導各學科的教學指標，和各州之間學生程度的比較，並成爲教育人員制訂政策、教師教學等的重要參考資源。

這類教育評量的重要特質在於能瞭解學習成效的一般狀況，並藉此探究出影響教育的因素。其功用可以比較出過去與現在教育的發展、可以比較原來預期的教育目標與成就現況之間的差距、可以激發各地對教育的重視、激發教師努力去改進教學等等。

馬里蘭州學校學習成就評量計畫（The Maryland School Performance Assessment Program（MSPAP）），主要目的在於藉此評量來考核各校推展教學的行政責任，以提昇該州公立中、小學教學品質及辦學成效。

自1987年10月由馬里蘭州薛佛州長設置一專門委員會以探討州內各校教育成效現況以後，經過1990年的計劃及開始執行，到1993年做施測及分析等工作，整個計劃已落實地運作。而此計劃內容，包括對評量目標、評量內容、評量模式及施行細則，均有詳細的規劃，深具觀摩參考的價值。

本文僅提出該評量的幾項重要特質，以做爲往後像類似的評量在臺灣實施的參照。

1. 評量的目的

   評分採取標準參照（CRT）方式，用以檢視教學目標的達成情形。以作爲改進教學品質及行政上落實責任制的評鑑之重要依據。

2. 評量的內容

   對於中小學各級學生在數學、科學、閱讀、社會、寫作等方面的能力均定有學習成就（outcome）指標，評量的內容即據此指標做整體性的評量，而非單科目的能力測驗。

3. 評量的模式

   是一種實作評量。由一個設計的情境中，引發出「問題」，再由解決問題的整個過程中，各階段心智活動所需的能力中去設計問題；如引發問題、提出假設、提供策略、規劃工作、執行、處理調適的小問題，到對所獲結果的詮釋和評判。整個評量包括閱讀、寫作、數學、科學各種能力的整體運用。

4. 評量施行

在三、五、八及十一年級都設有評量測試。以五年級的測試而言，共有A、B、C三份試題，每份全程測試需兩個半天，每次約105分鐘，是一項冗長的測驗。但是因爲是實作評量，一面操作一面思考，一面獲得資料一面整理資料，所以受測學生並不感到沉悶，反而因爲是生活化的題目而感到興趣。

(二)　實作評量的功能

自然科學是種依據所發現的現象加以推衍而領悟得到的知識系統，此系統即是由科學概念以及概念間的相關關係來組成，而能以完滿解釋發生的現象爲驗證準則。由於「科學」本身具有的此種特質，有關科學的教學上，均注重在研討問題的過程中，各種心智運作能力的培養，以及嚴謹細心、求眞求實的處事態度，科學概念自然是過程中所自然獲得的結果。整個教學注重的是歸納或推理的過程及作結論的嚴謹上。以此爲科學教學的基本原則，在實施教學及評量上均發生若干困難，而教學上的困難又大半源自評量上的偏頗。因爲在評量整個學習的成果中，處事態度以及解決問題過程中的各種思考和操作，是比較難以具體化而又煩瑣的。故一般教師常感覺到難以執行，而放棄對這方面的評量，乾脆以對科學概念體系的認知來作爲評量的全部。此一趨向的促成，已經對整個教學與學習模式產生扭曲的影響了。

長期以來，在我國的評量方式，不管是平時或升學考試，一直是絕大部份以科學概念的認知和理解爲主，以紙上問答的方式進行。影響所及，學生逐漸捨去「由工作中學習」的學習模式，改由教師講解、習題演練的方式去學習，以符合考試中的要求。教學中若有實驗，也流於爲理論解說，用來驗證理論、體會理論的補強活動，而產生於研究過程中的創造契機也就很少呈現。即使學生偶爾有一些好的想法，也因爲不能或缺乏此種實作習慣而流於空談，所學的科學概念也因爲缺乏實作的過程而不能運用來解決自己的問題，「學問」有逐漸成爲「清談」裝飾品的危險。這都是「實作評量」長期偏廢所引致的教學與學習的偏差，輕忽了科學求眞求實的基本特質。

其次，在長期聯考制度的導引下，「絕對標準化」的答案和迅速的評分過程成爲評量的追求目標，命題的模式也受到更大的限制，使原本在紙筆評量中尙倖存的問答題、作文題更形萎縮，塡充題也受到評分的人力限制而大加限制，最後，剩下的可能只限於「是非」、「選擇」題型。而各級學校也因爲因應聯招的命題方式，影響到整個平時的評量也相繼跟進，以「是非」、「選擇」爲一般命題的基本模式。其結果是：企圖以紙筆的「是非」、「選擇」題型要來評量科學的整個教學成果，不啻是一個極高難度的挑戰，甚或可說：不可能。此項評量趨勢的導引下，學習的模式也受到很大的扭曲，不只

實做的學習活動被輕忽，對於整個思考的流暢性和發表的完整性都付之闕如，學習成爲零碎的知識理解，或零星事實的記憶。由於評量方式的窄化，評量沒有去照顧到整個科學教育的教學目標，已經使整個教學活動受到極大的影響。

除此，評量也因其宗旨不同而不同。爲了升學而行聯招考試，其目的在甄選特殊的學生，注重在排名次，比出相對的成就程度，其評定的標準係採常模參照（NRT）的類型。在平時評量方面，也習慣以比名次及同儕競爭的方式來訂標準。這類標準的採取，對於以評量學習困難和教學目標是否達成的目的來說，是不合適的。至於顯示教學目標達成程度，以及呈現教學成效、教材適用情況、學校辦學績效等的評量，則評定的標準宜由課程標準及教學目標等標準參照（CRT）來訂定更合宜。只是這一方面在我國比較少被採用。

㈢ 實作評量試驗性試測

基於MSPAP評量計劃設計的週延性及其具有的特質，教育部自中華民國八十一年起藉舉辦兩次學科基本學習成就評量研討會（彭森明等，民81 ，民82）加以介紹，並於八十三年就MSPAP 評量之中抽取數學及科學的部份，小學階段（以五年級代表）的試題，做小樣本的測試。

雖然在八十三年十二月所做的只是小規模的試測，若將其作爲評估臺灣區學生的程度，則代表性尚嫌不足。可是，此項試測至少達成幾項有意義的成果；⑴實作評量的設計與施測的經驗，⑵實作評量的特性與功能之瞭解，⑶闡述性與評判性的答案之評分標準化流程設計經驗。以下謹就實作評量實施時，獲得的學生回應及技術上困難的克服，特於本文加以報導。（詳情參閱研究報告，民83 ）

貳、實作評量的題目、施測與評分

由馬里蘭州開發的實作評量（參閱MSPAP， 1994 ），具有幾項基本特質：1.題目係由解決一個問題出發，在解決問題的過程中，所遭遇到各種思考、研判等心智活動的考驗來設計小題目，形成一系列的問題，故原則上是對「解決問題」整個能力的評量。2.一個題目，是由一系列小問題組成，配合實際的操作。解決過程所需的時間，可能長達50分～60分。3.採取簡短的，敍述性的方式作答。 4.評分採取標準參照的模式，依各年級學習成就要求的指標來評量，不由學生間能力之比較來定標準。

相應於以上的各項特質，MSPAP在研發及應用此一測驗時，也表現出一些措施，如1.對於各題目、各子題相對於學習成就指標而言，其難度均經過統計上的分析而標定。

2.各子題所評量的內容如科學概念、態度、方法等均有所標定，評量目的明確。3.由於敍述性的回答，評分標準力求確定；評分員的培訓及複檢均設有既定的程序，以確保評分標準不致滑動。

2.1　實作評量的題目：

本次試測著重在可行性的探討，及試探臺灣學生對此種評量模式的反應。題目則完全由馬里蘭學校實作評量計劃（MSPAP）提供。爲了不影響測驗性質，雖因應本地情況限制，變更少許器材或所安排的情境，但題目的內容應該可以認爲是相同的。

以國小五年級爲對象，共有A，B，C三份試卷，各卷內容包括數學、物理化學、生物的題目（見表一），受測學生在處理每個題目時，等於在解決一個問題。而在解決此問題所經歷的過程中，每一步驟所需的思考與行動，即對應某一探討科學的能力，設計相應的評量小問題。因此，一個題目涉及觀察、提出假設、執行實驗、整理資料、研判資料、推廣與應用時，各設計了一系列小問題。

試題設計包括測試題本、實驗裝置資料本及施測手册。

表一　試卷內容及測試時間

卷　別	作　業　名　稱	操作時間（分鐘）	題　材　屬　性
A	一、平衡操作	75	物　理
	二、評估一項遊戲	30	數　學
	三、鹽度	45	化　學
	四、動物物種的生存	55	生　物
	五、替游泳池鋪地磚	35	數　學
B	一、球的滾動	65	物　理
	二、五年級的迷你課程	25	數　學
	三、規劃一座兒童遊樂園	25	數　學
	四、浮萍的難題	35	生　物
	五、灰石研究	35	化　學
	六、布置公佈欄	30	數　數
C	一、改建運動場	35	數　學
	二、雪車滑行	75	物　理
	三、煤之鄉	70	化　學
	四、幸運號碼	30	數　學
	五、爺爺的湖	35	生　物

2.2 施　測

一共有A，B，C三種卷子，每一位學生只測其中的一種卷子，要完全測完其中的一種需要兩個半天的時間。

樣本採自全國2445所小學中之15個學校，每校隨機選出一個班級，每一種卷子測五所學校共五個班級，故每種卷子的受測樣本約200名（A卷168名、B卷155名、C卷210名）。

監試教師爲該校導師，並在施測前接受測試講習，以瞭解施測的過程和執行細則。

2.3 評　分

由於一個題目所包括的各個子題，其難度和對應的學習成就評量項目均已確定，評分的標準也可確定。不過，由於問題的回答採取敍述性的方式，在評判上不容易評定，故針對評分上的不確定性困難，而有評分者的講習與訓練，務使評分標準化。

參、施測結果分析

由A，B，C三份測驗中，我們題出A卷「平衡操作」、B卷「球的滾動」及C卷「雪車滑行」等三個題目測試結果來分析。在學生對科學學習成就方面的表現作一報導，對實作評量的功能方面給予肯定，並對實作評量實施的可行性和策略提出建議。

3.1 學生在實作評量下，表現的學習成就情況：

(1) 傳達能力方面

・當題目要求對所操作的現象和結果作科學性的描述時（此類題目有「球的滾動」活動四步驟1，「雪車滑行」活動七步驟2），能夠針對觀測量與變因之間作因果關係的描述的僅40％。一般的說，即使是依因果關係來描述也都是很粗略，十幾二十個字就寫完了，表示運用文字表達的能力有待培養。

・設計圖表，用以表達資料的能力尙佳：運用雙向列表、長條圖等能力普遍具有（「平衡操作」活動三步驟4），但不習慣運用數線及統計上的莖葉圖。

(2) 對實驗上的認識普遍不眞確

・誤解「實驗前的預設」的功用，普遍認爲實驗結果若與預先的假設不合，就認爲實驗「失敗」。實際上預設只是一種先期經驗的判斷，做爲執行時方向的參考而已。施測結果發現，相信實驗結果若與預設不合，仍可能是一個好實驗的（「雪車滑行」活動七之2）只佔1.9％！比率相當低。

・當被詢問「和別人的實驗結果做比較有什麼價值」時，能持以「實驗狀況相同，

比較可增加信度」等科學性考量的(「雪車滑行」活動七之3)佔32.4%，其他同學(佔41.2%)大半以要謙虛、多學習、向成績好的同學學習等社會性的觀點來看待這種實驗時相互切磋的價值。

(3)　運用學過的理論或模型來解釋現象的思考方式並不普遍

・雖然在「雪車滑行」題目中，用「鋼珠由斜坡滾下衝出杯子，使杯子帶有動量」來模擬雪車下滑的動量，在「平衡操作」題目中，用「蹺蹺板的遊戲」來模擬槓桿，並且經過了實驗，獲得了許多的資料，也經過引導得出一些規則。可是，當被詢及「如何讓雪車不致滑太長」或「槓桿的平衡規則」時，大半的學生完全拋棄剛獲得的資料(引用資料，解釋到這些現象的，在「雪車」題目中只佔19.4%，在「平衡」題目中只佔22.4%)，而運用自己過去生活上的經驗去作答，也就是在處理問題時又回歸到未學習前的素樸概念(naive concept)來處理問題。

3.2　實作評量的功能

(1)　實作評量藉由解決問題的實際歷程，經發現問題、觀察、形成假設、推理、控制變量、測量、歸納、解釋資料、研判、作決定，以及應用已獲得的規則、提出理論、建構模型等自然的活動，設計成一系列的問題。雖然每一個題目要經過30分鐘到70分鐘不等，才能完成，但是過程並不沉悶緊張，而是充滿了創意的、活潑的氣氛。

(2)　實作評量很眞實的把學生傳達的能力，運用時空關係、數學關係和科學過程技能、科學運用概念等，很自然的結合起來表現出來，而且評量出來。在情境而言，它本質上是整體的、連續的，和一般設計單題單一情境或是非、選擇題的模式之測驗完全不同。以整個科學教育目標來看，這種評量才算是不偏廢的全方位科學能力之評量。

3.3　實作評量實施的可行性(李虎雄等，民84)

・評量題目的設計不成問題

在平常教學的評量中，教師可依經驗來評估各子題的「難度」，設計「實作評量」的題目，並不比一般設計一份紙筆測驗要費事，主要的難處在於構想的情境要能引發出所要測試的題目，並且運用現有的設備，就足可用來解決此問題。

至於解決此問題的過程中，各操作及思考均可很自然的設計出一系列子問題來，而達到對整個科學學習的各目標作全方位的評量。

・評分工作是一大負擔

依照批閱的經驗，一個題目包括約15～20個子題。其中有些是由敍述方式回答的，有些是運用圖表表示資料的，有些研判，也有些是應用舉例，回答方式因各子問題性質

而設。像這樣的一個題目要完全批改完，以一班50個學生來估計，最少要5小時的時間。

而教學上的評量，不僅只是解決一個問題的能力而已，科學概念方面的領會和應用能力也很重要。此類考試因只限於對某一題目的解決，只能測驗到和這個題目有關的少許科學概念。若要全面的把學習過的概念都測試過，則必需包括數個題目，測試時間兩個半天，批改一星期，這就是完全不切實際的想法了。

肆、結論與建議

此次，以馬里蘭州實作評量（MSPAP）移植式地在臺灣試測，其結果的分析與檢討中，令我們獲致以下的一些結論與心得：

1. 此種實作評量的測驗模式，評量遍及各項科學能力：

將學生由如何察覺問題、提出對問題的看法、對可能的結果提出預設、規劃工作藍本、執行與操作、登錄整理及分析資料、研判資料意義、提出見解、解釋資料、到應用建構的概念於其他事例，藉著實際上進行工作的流程而一一的測試出來。一方面也是在強調科學教育完整的目標，另一方面也在導引學生如何去依照科學方法解決問題。

2. 我國學生在回答題目時，顯示傳達能力與獨立作業能力均不足：

由我國學生作答情形來看，在發覺問題、規劃工作流程、以及做獨立研判方面表現不如理想。在傳達方面，凡是涉及敍述方式回答的答案，均顯得簡略不全。例如，若有涉及數個重要變因的，回答中絕大部份只提一個。而且，在設計實驗時，絕大部份完全忽略其他變因的影響，只論及正在考慮的變因。即使敍述一個現象，也大部份寥寥數字，語意不流暢。

3. 實作評量及敍述方式的回答，其評分的客觀標準化，可經過評分者講習的培訓，達到目標：

MSPAP在培訓評分員方面，有一個較嚴格的程序：(1)先由專家試著批改測試卷，協調建立評分標準，並將各種回答類型列出，編成「評分者手册」。(2)評分員經過培訓後，試改數份題目，達一定標準（例如說八成）後及格，參加評分。(3)每批改一定份數（例如說500份），再檢定評分標準，及格後繼續批改，不及格者再度培訓。

因此，敍述性回答的評分標準化在執行上並無困難。只是，是項測驗係專對一科學問題的科學答案而言，可應用在聯考等大規模考試上。至於像國文的作文科評分，有時又涉及到文學性或意識型態方面的因素，要評分客觀標準化可能尚有困難。

4. 實作評量可適用於「平時作業」，或教育行政單位在「評鑑各校科學教育教學成效」，以及學生的「科學能力競賽」等場合。以強調科學能力涵蓋科學概念的認知和解決科學問題的各種能力而不偏廢。可矯正目前運用紙筆測驗，且以是非、選擇方式測試所引起的對教學及學習模式的扭曲情形。

實作評量固然在評分上相當的煩瑣，但是對科學學習的整個目標，可以做更切實更全面的評量。故宜在目前一般的評量方式上，互補的更換一些這種模式的評量，才能導引學生學習的方向，並對學習成效作確切的瞭解。

伍、補　記

本評量研究計劃由教育部主辦，國立臺灣師範大學執行。計劃由簡茂發主持，研究人員有李虎雄、陳昭地、林保平、王淑貞、陳文典、陳義勳、林秋麗、黃長司、黃萬居、鄭美雪、朱玲玲、曾文雄、吳美麗、卓娟秀、張武昌。

陸、參考資料

- 彭森明（民83），學生學習成果評量與分析—美國經驗。國立臺灣師範大學印。
- 彭森明等（民81），學科基本學習成就評量研討會。國立臺灣師範大學印。
- 彭森明等（民82），學科基本學習成就評量研討會。國立臺灣師範大學印。
- 研究報告（民83），國民教育階段學生學習成就評量研究。教育部主辦，國立臺灣師範大學印。
- 李虎雄、黃長司（民84），美國馬里蘭州學校實作評量工具在臺灣施測的可行性。科學教育月刊179期，pp.41～49。
- MSPAP, 1994 Technical Report.
- MSPAP, 1994 Maryland Learning outcomes for Reading, Writing, Language usage, Mathematics, Science, Social studies.
- MSPAP, 1994 Score Interpretation Guide.

（收稿日期：84年10月18日，接受日期：84年11月1日）

The Function and Application of Performance Assessment

***Wen-Den Chen, °I-Shin Chen, †Hu-Hsiung Li, ‡Maw-Fa Chien**

*Department of Physics, National Taiwan Normal University
°Department of Science & Mathematics, Taipei Municipal Teachers College
†Department of Mathematics, National Taiwan Normal University
‡Department of Education, National Taiwan Normal University

Abstract

The MSPAP (Maryland School Performance Assessment Program) assessments are designed to assess the study achievement of primary and middle school students in Maryland. The assessments operate in manipulational activities. The items were designed along the problem-solving procedure: observation 、assumption 、experiment designation 、practice 、data organization and explanation 、make decision and conclusion around a theme or problem solved. The students are required to respond in the form of short-paragraph writing. So that reading, writing and language usage assessment are tested simultaneously.

The specification of items covers all sorts of science abilities and communication abilities, as indicated in the Maryland Learning Outcomes.

The test is performed in about nine hours during two days and scoring work is clumsy. But the assessment is valid for testing the science ability.

The test has been performed in Taiwan only with a small sample (200 students). However, through this test we found the function of the assessment, the performance skill and the suitable opportunities for applications during class-instruction.

★

大陸科學資優學生的搖籃：中國科學技術大學少年班

魏明通
國立臺灣師範大學化學系

本⒁年六月，著者與本系方泰山教授很榮幸能夠以大陸委員會的研究計畫赴大陸訪問，實地瞭解大陸科技教育的現況及其展望，做爲兩岸學術交流，能萃取各方優點，建立兩岸在學術科技教育互補互利上循序發展之一環。久聞大陸安徽省合肥市的中國科學技術大學（以下簡稱爲科技大學）少年班在科學資優學生的培育方面有很好的成就，經科技大學非線性物理中心主任汪克林教授的妥善安排，訪問期間能夠與少年班師生有兩次面談溝通交換資優教育經驗的機會。現就該班辦理情形及心得報告，希望我國關心科學資優教育的專家學者及教師們參考並指教。

一、科技大學少年班的沿革

“因材施教”—即根據個人的能力及性向所施的教育，自孔子時代一直在我國的教育史上反覆呈現。1974 年，諾貝爾物理奬得主李政道教授曾向大陸中央建議：「理科人才也可以像文藝、體育人才一樣從小培養」。以強調早期培養科學資優生的必要。惟當時大陸正在進行文化大革命中，大陸在強調教育平等即“有教無類”的大環境下，李教授的建議當時並無法實現。

1977 年大陸在改革開放浪潮下，爲了進行四大現代化的目標，需要大量培養現代化所需人才。結果考慮並有效發展每個人的能力及性向的“因材施教”的教育廣爲大陸各界重視。1977 年 7 月江西冶金學院倪霖教師寫信給大陸中央的方毅副總理，推薦智力超常而只 13 歲的學生寧鉑，希望國家給這個學生有特別的教育管道。由於方副總理的指示，科技大學辦理該學生是否眞正資優的鑑定工作，同時指示如果確實是資優即可容許其提前入學。在同一時期，大陸的中國科學院及中國科技大學收到許多熱情洋溢的推薦少年資優人才的信件。結果科技大學向大陸中央提出創辦大學少年班的計畫，這一計畫很快獲得大陸中國科學院的批准。中國科技大學根據推薦信的線索，在全大陸各地尋找資優少年學生，經嚴格的考試，首批核定 11 歲到 16 歲智力超常的少年共 21 名爲科技大學第一期少年班學生，於 1978 年 3 月 8 日正式開學。

此後，雖然有正反兩極端議論，但科技大學少年班繼續不斷的辦理，到本（1995）年總收 18 期共 631 名少年大學生，入學平均年齡不足滿 15 歲，最小的只有 11 歲，由於成效良好，似乎有繼續辦理下去的趨向。

二、資優學生的發掘與鑑定

大學少年班開設的第一年，該校受到各方面對鑑定資優生基準之批評及對少年大學生能力之懷疑，導致科技大學決定自 1979 年開始，採用全國大學聯合招生考試成績為評定進入少年班基準之一部分，做爲較客觀的鑑定資優學生。

(一) 報考資格及方式

根據科技大學少年班招生簡章，該校設有相當嚴謹的招生規定。

1. 報考少年班的學生爲智力超常，成績優異，身體健康，遵守紀律，具有高級中學畢業的學力，有志於自然科學研究，年齡在 15 歲以下的初級中學或高級中學在校學生。由學生所在的中學於每年 5 月 1 日以前向科技大學少年班推薦，推薦時填寫“報考中國科技大學少年班優秀中學生推薦表”。

2. 經少年班審查各學生相關資料。通過審查的由科技大學發給參加全國大學聯合招生考試的准考證。

3. 考生持准考證報名參加自已居住地區的全國統一大學聯合招生考試。考試科目與理工科相同（1994 年開始考語文、數學、外語、物理及化學五學科）。1994 年以前尚有政治及生物，惟少年班將此兩科成績只作錄取的參考，不計入於總分。

4. 志願少年班的考生聯招考試卷，由縣市招生辦公室密封，在聯考結束三天內（每年七月十二日），直接寄科技大學招生辦公室。考卷則由科技大學根據國家高考評分標準統一閱卷，決定可參加複試的考生名單並通知考生參加複試。

5. 複試於每年 8 月 5 日至 10 日於科技大學進行。複試採取筆試及口試相結合的形式，從學力面與非學力面來考核。學力面除數學、物理、英文等的學科考試外，尙有評量考生的理解力、創造力、記憶力的測驗。例如創造力測驗中有一題爲：要考生使用磚能夠做的盡量列舉出來。或假設此地有報紙，使用報紙你能夠做什麼？這一類屬於開放性的試題。對於評量學生記憶力的測驗即給學生記載多數電話號碼的紙張，讓他看 1～2 分鐘，其後教師做其他演講、討論等活動約 30 分後，要學生寫出 30 分前所看到的所有電話號碼。非學力面的評量即使用問卷測驗外，從教授與考生的面談來評量其意志力、情緒、心理素質、克服困難的精神等項目。學力考試不只是考高級中學課程內容，科技

大學教授實際在考場對學生上一部分的大學課程，下課後立即做考生對上課內容理解度的測驗來評量。經複試成績和德、智、體等全面考核後，科技大學每年錄取30～40名少年大學生。報考少年班的學生不能同時報考其他大學院校。

㈡　特別管道

對於參加國際數學、物理、化學、生物及資訊奧林匹亞競賽全國性集訓營的特殊專長的學生，根據專家和教師的推薦，經科技大學初審通過，可免於參加全國統一大學聯合招生考試，而由科技大學單獨考核錄取。

三、少年班學生的特徵

表一爲科技大學少年班到1992年16期爲止歷年入學人數的統計。

表一　大陸的中國科技大學少年班歷年來入學人數

期別	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二	十三	十四	十五	十六	計	百分比
入學時間	1978年3月	1978年10月	1979年9月	1980年9月	1981年9月	1982年9月	1983年9月	1984年9月	1985年9月	1986年9月	1987年9月	1988年9月	1989年9月	1990年9月	1991年9月	1992年9月		
總人數	21	67	29	28	23	22	42	49	41	30	43	50	25	29	25	35	554	
男生	17	58	26	23	21	21	38	43	37	25	37	37	20	25	23	31	477	86.1%
女生	4	9	3	5	2	1	4	6	4	5	6	13	5	4	2	4	77	13.9%

入學於大學少年班的學生，以參加全國規畫的數學、物理等各學科學力競賽的優勝者佔相當多數，同時在四歲或五歲時已提前入學於小學的亦佔很多。調查1979年入學的少年班學生29名結果，在滿一歲以前已能夠說話的有19名佔76%之多。因此可知少年班學生的思考能力與言語表現能力都具有相當優異的素質。此外，少年班學生亦在後天的教育方面亦受很大的影響，使其能夠發展優異的素質。在幼兒期受父母或教師的特別關照，受到卓越的學前教育，多數學生在小學入學前已能夠背誦漢詩，加減10到1000的數字，一部分能夠使用九九乘法。大學少年班辦理績效良好，近年來多數重點中學，例如蘇州中學及南昌中學等學校，設置科技準備班，以培養能夠考進大學少年班的學生爲目標。

表二爲一到十期少年大學生的家庭背景。從表二可知以知識階級家庭背景的佔一半以上。在勞動及農民階級裡亦有文盲的家長。例如1979年入學的少年班某學生的家長不識字，可是這學生就學初級中學時，被物理教師發現其才能，經特別指導，在一年多

以後，此一學生由打架王變為獲得全國物理競賽的冠軍，因此除了家庭環境外，早期發掘並使其能夠發展潛能的中小學教師的貢獻也不能忽略。

表二　從第一到十期少年班學生的家庭背景

家庭背景 ＼ 人數 ＼ 期別	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	計(%)
勞動及農民階級	2	5	6	2	6	7	7	10	10	7	62(17.4)
社會幹部	3	14	5	2	6	6	6	15	19	14	90(25.1)
知識階級	16	48	18	24	11	9	29	24	12	15	206(57.5)
計	21	67	29	28	23	22	42	49	41	36	358(100.0)

1979年及1980年，安徽省體育科學研究所，依照大陸中央所公布的「全國青少年體位檢查測定基準」測量少年班學生的身長、體重、胸圍、心肺機能及運動能力等23項。結果少年班學生在幾乎所有的項目，均顯示較全國平均值為高，表示少年班學生的發育時期比全國平均提早一至兩年。如此身體較早期之發達成為他們發展知識能力的基礎，而且心肺機能的發展亦加強新陳代謝功能，使少年班學生不易疲勞，能勝任於大學的學習負擔。

1982年科技大學曾對少年班學生10名， 大學一年級學生及同一年齡的高級中學二年級學生20名做創造力測驗。測驗題分獨立性思考、推理性思考及解題能力等三部分所成。測驗結果少年班學生平均72.2分，而一般大學生及高中學生為43.5分。在測驗過程中少年班學生顯示比一般學生思考速度較快，而且具有明顯的獨創性能力。例如在8分鐘內使用各種速算法計算123456789 × 81的問題，一般學生沒有一個能夠使用兩種計算方法，可是少年班學生10個中的4個能夠在規定時間內使用2到4種速算方法來正確回答此一問題。

四、大學少年班的教育模式與○○班之對照

大學少年班的教學，先後進行各種實驗探索過程，目前採取通才教育和專業教育的兩種模式。

(一) 通才教育模式

少年班學生進校後不分系，集中在少年班進行2至3年的通才教育，學習大學基礎

課程，側重加強數學、物理、外國語、計算機和思想修養等。三年後在教師指導下，允許學生根據自己的興趣、性向及特長，在全校範圍內選擇系和專業，插入大學四年級（中國科技大學大學部爲五年制）進行專業教育，以接受人盡其才的教育。

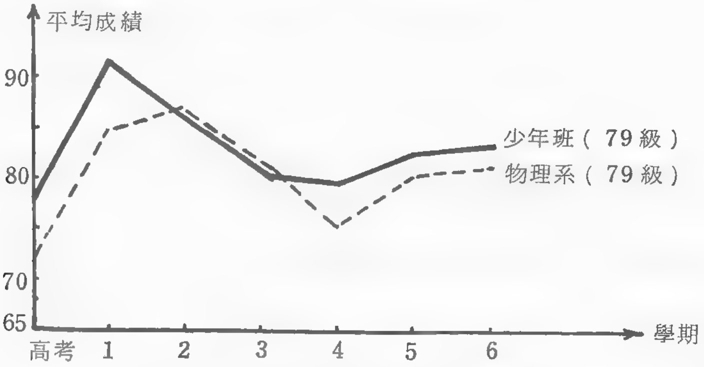
這樣教育模式是根據下面的考慮：

1.　少年班學生雖然數學、物理等學力較高，對於13、14 歲的少年人來講很難明確理解各系的特色及內容，同時很難早期決定自己性向或志願。因此集中年齡相近，興趣相似的少年在一起做不分系的教學，可期望獲得相對有效的學習效果，並可造成一種競爭環境，有利於個人的成長。

2.　少年大學生進校時年齡小，有的學生自理生活能力差，集中在少年班有專職班主任及班教師給予輔導，對學習、生活均有好處。

大陸的大學受到蘇俄的影響，設置較偏窄的專業學系。例如國立臺灣大學只有物理系，可是大陸的北京大學却設有物理系、力學系、地球物理系及技術物理系。化學部門來講，大陸的科技大學理學院設置物理化學系，應用化學系及材料化學系。分系太細，學生對其專攻的領域或許很精通，畢業後立即可參加該領域的專業工作，惟對其他領域却不甚理解，因此無法轉行。過去大陸大學在計畫招生計畫分發政策下，太專業化的教育或許可行的通，惟在改革開放，科技與國爲目標的今日大陸，少年班的通才教育模式，或許可趕上時代的要求。

少年班學生都沒有高級中學畢業就進入少年班，入學後一至二年間的平均成績比同年進入科技大學普通班學生低些，可是到三、四年級時大部分少年班學生都能趕上或超過科技大學普通班學生的一般水準。圖一表示1979年度入學的少年班學生與科技大學物理系學生大學聯招考試及第一到九學期平均分數的比較。



圖一　少年班學生與物理系學生成績比較

㈡　專業教育模式

為迎接新科技的挑戰，1984 年起科技大學在第八期少年班開始設置計算機軟件專業教育，以培養計算機軟件研究的高級人才。攻讀這專業的少年班學生，將在少年班連續深造五年直到畢業為止。另外於 1991 年入學的第十五期少年班中開設數學物理專業教育，以特殊的教學計畫教育學生，期能造就一批基礎紮實、理論功底強、知識面寬、適應性強而具有近代數學、近代物理知識，能獻身科學的基礎型科技人才。

少年班學生能提前上大學，他們具有很強的自學能力為其原因之一。因此進大學後繼續培養其自學能力。在教學過程中採取「自學 - 討論 - 精講」教學法，超前學習法，免修考試法等以提高學生自學能力。

㈢　創辦○○班

1985 年科技大學在辦理少年班經驗的基礎上，在本科學生中創辦了“○○班”。○○班是教育改革試驗班（大陸叫做試點班）之一種。科技大學從入學後的新生中嚴格挑選 30 名左右最優秀的學生，不再分系，集中組成一個獨立的教育改革試驗班。進入○○班學生的條件為：

1. 入學新生經數學、物理、外語複試成績特優的。
2. 各省參加大學聯招考試的前三名。
3. 參加全國各學科國際奧林匹亞競賽集訓營的學生。

設置○○班的目標為：

1. 貫徹因材施教的原則。對於少數智能特優的學生，放在大學普通班以一般教學進度教學時，這些學生常反映“吃不飽”的現象。在○○班則允許教師根據實際情況，可適當加深課程內容並精減學生可以自學的內容。
2. 探討大學少年班的辦學經驗，推廣至大學普通班學生的可行性。
3. 以○○班作為少年班的對比班，以推動少年班教育品質的提升。○○班學生與少年班學生以相同的教學計畫，着重數學、物理、計算機技術及外語的教學，並進行課程體系、內容和教學方法上的改革。表三為歷屆少年班，○○班英語四級考試成績的比較。

由表三可知科技大學所招收的學生能夠進入○○班的成績都很優秀，他們平均年齡只有 17 或 18 歲（少年班為 11 ～ 15 歲），但在英語考試方面均有卓越的成績。○○班的對比也顯示了原少年班教學與輔導卓越的成效。

表三 歷屆少年班與○○班學生英語四級考試比較

年級	1985班		1986班		1987班		1988班		1989班		1990班		合計
	少年班	○○班	少年班	○○班	少年班	○○班	少年班	○○班	少年班	○○班	少年班	○○班	
學生數	36	30	29	24	43	21	50	20	25	25	29	29	30.1
通過人數	33	30	28	23	41	21	48	20	24	25	29	29	35.1
通過率(%)	91.7	100	96.5	95.8	95.3	100	96.0	100	96.0	100	100	100	97.2

五、少年班學生的畢業追踪調查

表四爲科技大學少年班畢業生考取研究所學生之統計。根據本次面談得知，到本(1995)年已畢業13期465名學生有71%學生考取國內外的研究所。

表四 科技大學少年班學生考取研究所統計 1992年3月

期別	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	合計
畢業人數	21	67	29	28	23	22	42	49	36	30	43	390
考取研究所學生數	10	48	23	28	18	16	36	29	18	19	30	275
百分率	47.6%	71.6%	79.3%	100 %	78.3%	72.7%	85.7%	59.2%	50%	63.3%	67.4%	70.5%

科技大學前十一期390名大學少年班學生，在國內外攻讀博士學位的有260多人，約有60多人已獲得博士學位。有的已由外國回來擔任副教授。到目前爲止在少年班出現大陸最年輕的十一歲大學生，十五歲的研究生，十九歲的大學助教，廿三歲的博士，廿六歲的副教授。除了升學攻讀較高學位外部分大學少年班畢業生服務大陸各社會機構，例如計算機公司、華爲技術有限公司及武漢植物研究所等單位，根據追踪報告，他們都深受社會各界的熱忱歡迎。

六、評論大學少年班

大學少年班的設置，在科學資優生的早日發掘，加強培養，使其能夠發揮天賦的智能並早日回饋社會，似乎是一理想而可行的制度。惟亦有値得檢討的地方。

㈠ 在科技大學擔任客座教授的美國紐約州立大學物理系的林多樑教授亦參加本次座談會。他曾經接受科技大學少年班畢業學生爲其博士班的研究生。他說，少年班畢業生確很聰明，考試都能獲得高分，可是原創性的研究能力却很缺乏，在大學少年班應供應器材，讓他們自己設計研究，訓練其創造能力。如何指導有創造性研究是資優教育很重要的一環。

㈡ 往往在大學少年班內部會產生排他性行爲。少年班學生在學習過程中，互相競爭很激烈，爲保持自己在學習面上的優勢，往往有學生把自己的心得藏在心裡不給同學分享的傾向。另外因爲在各中學最特優的學生集中在大學少年班，往往會產生相對性的落伍學生。落伍的少年大學生往往會喪失自信心，成績亦下降，同時被其他學生排斥。其結果，到目前爲止有一名學生拿不到學士學位，一名被退學而有三名被留級。在臺灣辦理資優教育時亦常見到學生互相排斥而有落伍學生，集中式或分散式資優教育値得探討。

㈢ 少年班學生年齡小，因此採取全體住校，由學校設少年班管理委員會輔導，期能養成良好的作息習慣及獨立生活能力，以盡量適應大學的學習及生活環境。資優學生往往有驕傲的心情，學校向他們介紹文化史上由於驕傲而失敗的所謂神童的例子，以培養謙虛謹慎，脚踏實地的精神。這一點在我國辦理科學資優班及科學高中，可以做很好的參考。

㈣ 少年班注重科學課程。爲彌補學生人文社會學科的素養，學校開設必修的中國文學、大學生思想修養課程及選修的近代史、美學、書法、外國哲學和經濟學等課程，使他們認識知識結構的完整。這些以考試領導教學的今日我們的科學資優教育値的參考。

㈤ 在1985年大陸教育部決定在交通大學（西安分校）、南京大學、東南大學、北京大學、清華大學、交通大學、武漢大學、華中理工大學、復旦大學、北京師範大學、浙江大學及吉林大學等12所著名大學設置大學少年班以培養資優學生。惟此十二所大學中，目前繼續招少年班學生的只有西安交通大學、南京大學、東南大學、華中理工大學及上海交通大學等五所大學，其他七所大學試辦幾年後，已停止招大學少年班學生。在大陸最著名的北京大學及清華大學對大學少年班的設置不很積極，這些學校共同的問題點在於很難認定眞正的資優及對加速加深資優教育成效之疑問。有的學生在初中或高中階段有很特殊的表現，可是在學習面並沒有很大的潛力，因爲生理方面的早熟，較普通學生的智慧早日開花而已。雖然在某一方面的很窄範圍有特殊的表現，實際上有的不能具有很大的發展之可能，如此學生雖然進入大學少年班，很快的遇到障礙無法有效吸收知識。另外一個掛慮是可能養成頭腦靈敏，但缺少對別人或周圍的關心惟我獨尊，缺

乏社會觀念的不平衡性格的人。

七、結 論

大陸人口十二億，可是無論是小學、初中、高中到大學，均能夠集中人力、財力及物力，辦理極少數的重點學校，以培育尖端科技人材。如此資優教育不但違背教育平等的有教無類原則，可能引起更大的城鄉差距，忽略大多數學生而只照顧到極少數的菁英，可是近年來大陸學生在國際科學（數學、物理、化學、資訊）奧林匹亞競賽的卓越表現仍爲其資優教育的成果之一。這究竟是“急就章”的短視？或是另有戰略的“高瞻遠曙”？只有待時間來證明。

臺灣目前尚無大學少年班的設置，惟在一部分的小學、國中及高級中學均設有資優班並允許學生跳級制度。高級中學資優學生尚有教育部甄試保送、大學入學考試中心的推荐入學管道。台北市亦正在籌設麗山科學中學。他山之石，可以攻錯。大陸科技大學辦理少年班的優缺點可做我們的參考。希望能夠從本文中萃取其優點於我們的科學資優教育。

參考資料

1. 中國科學技術大學招生辦公室（1995,1）；中國科學技術大學少年班一九九五年招生簡介，合肥。
2. 朱 源：（1993,6）；中國科學技術大學少年班“超常教育十五年”，中國科技大學少年班管理委員會，合肥。
3. 大塚豐（1995,7）；中國の才能教育，月刊高校教育，pp.120～127。
4. 魏明通等（1995,7），大陸科技教育之研究，行政院大陸委員會，台北。

★

促進概念改變教學法（Ⅰ）

張川木
臺灣省國民學校教師研習會

翻閱近約十年來的國外有關科學教育的期刊，我們可發現幾乎每本刊物皆有數篇文章是在探討「建構主義」對教育所產生的衝擊。建構主義在目前似乎已演變成一種流行口號，而可能失去其原貌了。值此建構主義深切地影響科學教育界的時刻，筆者亦願將自己在英國里茲（ Leeds ）大學跟隨在該領域內頗享盛名之先驅人物（ R.Driver ）研習之部分心得與大家共同討論。本文將以文獻探討方式為主，並將焦點置於研究者對於「力學」領域研究成果之分析。

一、前　言

傳統上科學教學之方式乃是依據“知識的常識理論”（ common sense theory of knowledge ）而教（ Brown, 1987 ）。科學哲學大師K. Popper（ 1972 ）將知識之常識理論描述如下：“假如你或我想知道一些未知事物，我們必須睜開眼睛，注視週遭環境；豎起耳朵傾聽外界人為之雜音，所以我們的感官乃是吾人獲得知識之來源”（頁-60）。Popper 將此種理論稱為“心靈之吊桶理論”（ the bucket theory of mind ）。亦即，此理論將人類之心靈視同為一空洞的容器。 當外界刺激通過吾人感官後，此種刺激便可全然不變地儲存在該感官內部。此種理論反映到教育上似乎是蘊涵著一深層意義：教師所教之教材可一成不變的輸入學童的腦海裏。然而，此種教育論點已受到廣泛的批評。批評者指出在過去約 20 年中，來自不同領域的研究者（如科學教育和認知心理學者等）已指出學童在接受正式的學校教育之前，已發展出他們自己對自然界現象的看法（ Driver & Erickson , 1983 ）。 換句話說，學童的心靈並非是被動的接受外來的刺激；相反地，學童如同科學家一樣，會對自然界的現象主動的去建構意義。然而，在某些情況下，他們所建構出來的意義是不同於科學家的想法。研究指出學童所自行發展出來的這些概念（以下將皆稱為“另有概念”，其意義將於下一節說明）具有下列特徵：

1. 另有概念並非是僅存在某特定學科領域，而是普遍存在所有自然學科裏 (Driver,

1984）；

2. 另有概念存在不同國度的學童及年齡層中（Nussbaum，1985）；
3. 另有概念似乎是導源且符合於日常生活經驗（Clemeat，1982）；
4. 傳統教學法（教師中心教學法）不易改變另有概念（Carey，1986）；
5. 學童所發展出來的另有概念在科學發展史上也曾有類似的先例產生（McCloskey，1983 a）。

由於上述特徵，所以如何發展出可用來改變或修正這些概念的教學策略已成爲晚近科教界所關切的問題之一。

二、另有概念之意義

如前所述，學童接受正式的教育之前，對自然界的一些現象已有他們自己的想法。不同領域的研究者由於其研究目的、興趣……等不同原因，也使用不同的字詞來描述這些學童所自行發展出來的概念。這些術語包括：先前概念（preconception;Ausubel，1968）、另有架構（alternative framework; Driver & Easley，1978）、自發性概念（spontaneous idea; Viennot，1979）、另有概念（alternative conception; Hewson，1981）、純眞概念（naive conception; Caramazza et al.，1981）、直覺概念（intuitive conception; McCloskey，1983a）、錯誤概念（misconception; Novak & Gowin，1984）……等等。然而，當它們被用來描述學童對自然界現象所作合理化（sense-making）的解釋時，有些研究者並未注意到其間之差異性而常加以交互使用（Gauld，1987）。Abimbola（1988）於細閱相關文獻後指出前述詞語中較爲普用和喜愛的爲“另有架構”和“另有概念”。可是，架構（framework）一詞似乎蘊涵著學生對自然界現象的推理結果皆具有某種聯結關係（如運動蘊涵力”）。但是，事實上並非如此，所以另有架構之應用範圍乃有其侷限性。因此，Abimbola建議另有概念是一用來描述學童“自創”概念之較佳術語。本文亦採用此種觀點並將另有概念之意義定爲：學童使用某科學概念時，其想法是“不同”於正統的科學概念。

三、學童在力學上之另有概念

由於力學是研究另有概念的焦點之一，且研究亦已指出學童在力學上持有一些共通之另有概念。以下扼要描述此類學童常使用之另有概念。

㈠ 位置、速度和加速度

Trowbridge & McDermott (1980, 1981)使用晤談法調查學生有關運動之概念。其研究結果指出學童所持之主要另有概念如下:

1. 當二物體在某"瞬間"併行前進時,縱使它們並非由相同點起始運動,學生常認為該二物在此"瞬間"具有相同之速率;
2. 當二物體沿著相同方向運動時,較前方之物體常被認為具有較大之速率;
3. 當二物體以相同速率抵達終點時,該二物體之加速度被認為是相同的(若末速度不同,則加速度亦被視為不同)。

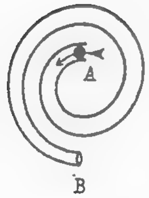
㈡ "力"僅與具有生命之物體有關

甚多學生不了解"力"是物體間交互作用所產生的結果。相對地,他們常認為僅僅具有活動性(active)的物體具有本能產生力。例如,Minstrell (1982)的研究指出很多學生(包括大學生)認為桌子對於靜置其上方之書本不能產生一向上之作用力。

㈢ 衝力或誘因(impetus)理論

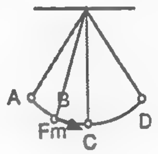
在談衝力理論之前,先讓我們來看產生此理論之背景。在牛頓提出其運動定律和萬有引力觀念之前,人們一直爭論著下面之問題:物體是如何運動的?亞里斯多德之運動理論是當時學界的顯學。根據亞氏學說,運動可分成二種:天體和地面運動。天體運動是一自然現象,所以是不需要任何理由來加以解釋的。地面運動又可分成二種。其一為自然的運動;例子之一為蘋果落地。此種運動被視為是自然現象,所以亦不需理由來加以說明;另一是非自然(violent)的運動;例如,一顆石頭被擲入空中。關於此種非自然的運動,在當時有不同的理由被提出來企圖解釋為何此物體在其被投入空中後,其上昇過程中之速率漸慢,終至瞬間停止,然後再開始下降且其速率漸次增快。依亞里斯多德的說法是因為當此物被扔入空中時,外界(例如拋擲者)給予緊隣該被投擲物體之空氣一種"運動力"(motive power),此種運動力可藉由空氣由一處傳至另一處,並被用來推動該物向前移動。然而,雖然空氣可為推動此物體之推動力,其亦可被視為阻力阻擋該物前進。所以當此運動力被消耗掉後,該物體即停止運動。可是,在當時並非每一個人皆同意此種說法。其中 John Buridan 提出所謂的"衝力"(impetus)理論來解釋為何物體被扔出後仍能繼續運動。他的想法為:當物體被擲出時,該投擲物體者輸給此物體一種"衝力"。這衝力促使物體繼續運動。若無外界的阻力(如空氣),則此衝力將不會消失。以上是衝力理論來由的簡要說明(Grant, 1977)。前曾述及學童之另有概念是有歷史先例性的。下面所述便是其中之一例:衝力理論。

如右圖所示，一金屬球被射入一靜置於水平面之螺線管，而由另一端射出。McCloskey et al.（1980）研究指出其受試樣本中有約51％預測球射出管後之路徑將為圓形路徑；有些甚至預測此球剛由管射出時將沿著圓形路徑運動，然後慢慢地變為一直線。據此，McCloskey認為這些受試者傾向於認為此球被啓動時，由外界獲得某種“衝力或誘因”。而此種力量將繼續作用其上，使其不斷運動。



㈣　運動蘊涵力

“運動蘊涵力”之觀念可想像成是源於前述之衝力理論。例如，下圖所示，有一單擺之擺錘恰由左往右移動。當擺錘抵達B點時，有很多學生認為在擺錘的運動方向有一力$\vec{F}_m$作用其上（Clement, 1982）。

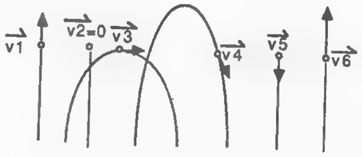


㈤　定速運動蘊涵定力作用

若將“運動蘊涵力”之觀念加以推廣，則物體作定速率運動時需有一定力持續作用其上似乎是一合理的推論。在一實務活動中，McDermott（1984）要求學生利用一可輸出定量氣體（亦即，可產生定力）的管子來促使一乾冰盤在一光滑的玻璃桌面上作等速率運動。她指出有不少學生持續地利用定量的氣體吹送著乾冰盤，以便使該盤作等速率運動。

㈥　力因速率而異

此概念似乎是“運動蘊涵力”的另一衍生物。例如，下圖所示為一魔術師將六個相同的球投擲到空中。在某特定的時刻，此六球飛行到同一高度（但是具不同運動狀態）。Viennot（1979）之研究指出其受試樣本（大一學生）中有一半以上認為作用在此六球上的力量是不同的。其所持理由因為這些球的運動速率各不相同。



㈦　運動方向發生在施力方向

diSessa（1982）應用電腦模擬之方法要求受試者以一動力烏龜（dyna-turtle）射擊一靶標。研究結果顯示受試者似乎是依照「亞里斯多德式物理」來操弄“烏龜”射擊靶標（亦即，假使你意欲某物體沿著某特定方向運動，則你可不必考慮該物體之原初運動狀況，而僅僅依被指定的方向推或踢該物體，則該物體便可按被選定的方向運動）。

(八) 科學概念未被區分或被誤用

科學上之專門術語有時被用來解釋發生於日常生活中的事件。但是這些術語被用於日常生活中時並未與學科專家在科學上使用時具有相同的意義。例如，力（ force ）、能量（ energy ）或動量（ momentum ）等術語於日常生活中經常未被嚴予區分而被交互使用著。此種情形可能導致學生於科學課程學習上對某些概念間之意義無法加以區分，而增加學習之困難（ Saltiel & Viennot, 1984 ）。

四、另有概念之狀態

前面以數個例子大略敍述學童在力學上之另有概念。現在讓我們來探究這些概念所具之性質或狀態（ status ） 到底是什麼？爲什麼我們要研究這個問題呢？在本文第一節，我們已提到概念改變教學爲目前科教界所廣爲關切的問題之一。然而，欲使此種教學方式更爲有效，則有必要知悉另有概念到底是處於何種狀態。此種情形就如同醫生於下處方之前應先了解病患病情輕重程度的情形一樣。

關於另有概念之狀態問題有二種基本不同的論點。其一爲另有概念是以類似“理論”（ theory ）的形式展現出來（ McCloskey, 1983b ）。另一則認爲另有概念是由一些片斷、破碎的知識所組合而成（ diSessa, 1988 ）。 與第一種論點有關的背景來自於前面所描述之中古世紀之哲學家所發展出來之“衝力”理論。以下讓我們來檢視該二派別之主要論點及其立場。

McCloskey 等人於從事一系列有關“力與運動”之研究後指出其受試者持有類似中世紀哲人所發展出來之衝力理論（ McCloskey et al., 1980; McCloskey, 1983a, McCloskey et al., 1983 ）。McCloskey（ 1983b ）將此種概念稱爲是“純眞的衝力理論”（ naive inipetus theory ）。 如其所言：「由我們和他人所作的有關“力與運動”之研究中所獲得的結果蘊涵著人們依據日常生活經驗發展出非常完整的純眞衝力理論。此外，不同的個體所發展出之純眞理論是相當具有一致性……”」（ McCloskey 1983b, 頁 -299 ）。

McCloskey 所提出之主張最爲他人所詬病的地方乃在於其宣稱另有概念具有一致性（ consistercy ）之性質。關於此點，容後再予評述。然而，Carey（ 1985 ）研究學童有關生物成長之知識的結果後認爲學童由泛靈論（ animism ） 之主張轉換到正統生物知識之觀點似乎是支持McCloskey 之論點。依Carey（ 1986 ） 之說法：“我們不否認他人質疑不一致性的問題；但是，不一致性之性質並非是反駁（ disapprove ）

學生持有另有概念架構之充分論點。直覺理論（ intuitive theory ）是由該理論之核心概念、該理論領域內之現象及用來解釋該現象的概念（ notion ） 等三項內涵來加以特徵化（ characterized ）。所以僅有從該理論領域內之現象來考慮問題時，我們才可能期待一致性的性質會出現……，我們必須訴諸直覺理論來(1)說明歸納法則之侷限性、(2)解釋本體論上之承諾性（ commitment ）問題及因果觀念和(3)分析概念改變等等。就因爲這些理由，我不可能認眞地否認另有概念架構（ alternative conceptual framework ）之立場（頁1128-1129 ）。

反對上述觀點者認爲另有概念是由一些不一致性的片斷知識所組合而成。Yates et al.,（ 1988 ）利用McCloskey et al.,（ 1980 ）所用之問題來從事研究。 其研究結果與McCloskey 等人所獲之結論不大相同。Yates 等人之主要發現包含 (1)大部分他們的受試者（ 87％ ）對不同的問題作不一致性的反應， (2)被晤談樣本所表現出來的結果顯示其易被所呈現之情境影響及(3)當問題被些微修改後，受試者即作不同反應。依這些理由，Yates 等人認爲(1)學生之另有概念在個體內和個體間是呈現高度的不一致性；(2)學生對問題的反應大受情境的影響。所以從科學的觀點來檢視另有概念時，它們是不能被稱爲具有“理論”的特性。

diSessa 是另一反對另有概念具有“理論”性質的主要人物之一。他由理論分析的觀點來說明其反對之論點：diSessa 認爲直覺物理（ intuitive physics ）是片斷的，而非反映出理論所應有的屬性。他用“現象原始”語〔 phenomenological primitives（p-prims ）〕 之字詞來描繪直覺物理的演化情形。根據 diSessa 之說法，所謂 p-prims 即是從日常生活經驗中的一些現象抽離出來，且未被加以分化的表象（ representation ）。 物理生手在與自然環境的交互作用過程中，他們本身自己建構了很多的 p-prims 。這些 p-prims 常於後續的學習歷程中被用來解決他們所遭逢的問題。由於 p-prims 是由一些未被分化（ undifferentiated ）的事件所演化而來， 所以學生可能誤用 p-prims 去解決問題（ diSessa, 1983, 1988 ）。

另外，diSessa（ 1988 ）認爲“純眞衝力理論”並未具有科學理論所應具有的特徵，其批評的主要論點包含：(1)在McCloskey 之研究中僅有約一半的受試者利用“衝力理論”去解題；亦即，大部分的受試者並未持有該種想法，所以“純眞衝力理論”並未具有科學理論上應有之“一般化”（ generalization ）的特徵，(2)在Clement（ 1982 ）的研究中，有關投擲硬幣之問題（亦即，受試者被要求往空中拋出一硬幣)，如果研究者僅提示受試者下降過程的軌跡，則學生可能並不使用“衝力”來回答問題。

相對地，他們可能認爲硬幣之下降過程將如同自由落體一樣是一種自然的現象，所以是不需要任何理由來加以說明的。如 diSessa 所言：雖然現象顯示有不少學生使用衝力理論。然而，直覺物理絕未具有科學上用來描述科學理論一語所代表的意義。相反地，直覺物理並未具有吾人認定“理論”所應具有之強烈承諾性(commitment) 和系統性(systematicity)之屬性，而僅是一堆鬆散但被強化的片斷概念…(頁-50)。

總而言之，McCloskey 和 Carey 認爲個體所發展出之“直覺物理”是清晰和一致性的。因此它應被視爲具有如同科學理論一樣的性質。然而，Yates 等人和 diSessa 却不贊同此種說法。Yates 認爲受試者的反應深深地受到情境特徵的影響而作出不一致的反應。diSessa 利用 p-prims 之觀念來說明直覺物理式的知識是如何演變而來。由於 p-prims 是源自於日常生活經驗，所以直覺物理是呈現片斷而未具有科學上所論及有關“理論”所應具備之特徵。基本上，Yates 等人和 diSessa 認爲直覺物理並未具有一個“好”理論所應有之屬性(亦即，如 Kuhn (1977) 所提到的一個好理論應具有精確性、一致性、簡潔性、適用範圍廣……等特性)。

事實上，造成上述二派對於解釋“直覺物理”所產生差異的來源可能源自於他們所持立場的不同而引起。如前所述，Carey 認爲吾人應在一“特定”範圍內來考慮“直覺物理”的特徵(亦即，一致性之性質)。然而，反對者認爲該種理論並未符合一“好”理論所應具有之基本要求(Chang, 1993)。

除了以上所述有關直覺物理之二種較具相互抗衡性的觀點之外，Chang (1993) 在其研究中指出學生在力學上之另有概念既非全是片斷的，亦非全是具有理論之性質。若吾人將“片斷”和“理論”分別置於一線段的二端點，則學生在力學上之另有概念雖非全是片斷的，但是却較靠近“片斷”這一端。

(未完待續)

開方杯— 可用來計算開方的一組杯子

*何家瑜 **李雅君
*台北市立松山家商
** 台北市立大同高級中學

據說（希臘神話）大約在公元前四百多年，雅典城流行了可怕的傷寒病，人們爲了消除這個災禍，便向太陽神阿波羅求助。太陽神指示說：必須把我殿前神壇上香案的體積擴大一倍，才能使瘟疫不再流行。他的香案是立方體形的，看來這個條件並不苛刻，於是人們馬上作了一個新的香案，使它的每條稜的長度是原有立方體各稜的長度的一倍，然而，這是不合太陽神規定的。因此，疫勢依舊非常猖獗。雅典人再去祈禱太陽神，方才知道這個新香案的體積並不等於舊香案的兩倍。那究竟應該怎樣做？這可把當時的人難倒了，甚至當時負有盛譽的學者柏拉圖也覺得茫無頭緒，認爲要解決它，是一件非常困難的事(1)。

雖然這是一個神話，然而，立方倍積問題由於有了這樣的神話傳說，就變得很有名，成爲幾何三大作圖不可能問題（另兩個問題是：化圓爲方的問題，三等分任意角），即這些問題用圓規和直尺是不能解的。爲了簡便起見，我們假設已知立方體的邊長是1單位，則此立方體體積便是 $1\times1\times1=1$。根據題意，求作的立方體體積應爲 $2\times1=2$，所以邊長應該是2的立方根。而要從單位長度的線段用有限次的加，減，乘，除和開平方來作出線段2的立方根，是不可能的，所以立方倍積問題是不能用直尺與圓規解決的。其嚴謹的證明請參考《一百個著名初等數學問題歷史和解答》(2)。

使用幾何作圖法若不限定只能用圓規和直尺，希臘數學家梅納奇馬斯（Menaech-mus，公元前約375～325年）的解法基於求其參數爲 k 和 $2k$ 的兩條拋物線的交點：

$$x^2=ky \quad (1) \quad 及 \quad y^2=2kx \quad (2)$$

由於 $x^4=k^2y^2=2k^3x$，所以該交點的橫座標 x 能滿足 $x^3=2k^3$ 的條件，k 爲已知，交點的橫座標 x 可量得，x/k 即爲2的立方根。

至於開方法，則在至今一千八百多年前，中國一本古老的數學著作《九章算術》(3) 第四章"少廣"中已有開方的方法，歸納起來說，開平方是依據平方數學式

$$N=(a+b+c+d+\cdots\cdots)^2$$
$$=a^2$$
$$+(2a+b)b$$
$$+\{2(a+b)+c\}c$$
$$+\{2(a+b+c)+d\}d$$
$$+\cdots\cdots$$

的計算層次，反轉它的次序來逆推計算的。在高中理科數學下册1-3-甲傳統開方法中所提的，就是利用此一原理。而此原理也可用來開立方，只是就非常繁複了：開立方是依據求立方數學式

$$N=(a+b+c+d+\cdots\cdots)^3$$
$$=a^3$$
$$+(3a^2+3ab+b^2)b$$
$$+\{[(3a^2+3ab+b^2)+(3ab+2b^2)]$$
$$+[3(a+b)c+c^2]\}c$$
$$+\{[3(a+b)^2+3(a+b)c]$$
$$+[3(a+b)c+2c^2]+[3(a+b+c)d+d^2]\}d$$
$$+\cdots\cdots$$

的計算層次，反轉它的次序來逆推計算的。

本文要提出的，不是上述一般紙上作業法，乃是利用大自然的方法—— 利用體積不變的原理，設計一個體積與其高度成正比的量杯，另一個體積與高度的立方成正比的立方根杯，將定量液體由量杯倒至立方根杯，則立方根杯液體之高度的立方就與量杯液體之高度成正比，即立方根杯液體之高度就與量杯液體之高度的立方根成正比，此就達成將量杯液體之高度開立方根的效果。此種方式簡單方便，深具教育性及趣味性，以下就詳述之。

設計一量杯其體積與其高度成正比，即在任何高度時其水平截面積都必須相同，如圓柱體（參閱圖一）。立方根杯的體積與高度的立方成正比，如倒立圓錐體（參閱圖二)。其證明如下：

高度爲 h 時，此液體體積爲　$r\times r\times\pi\times h/3$ ………(3)

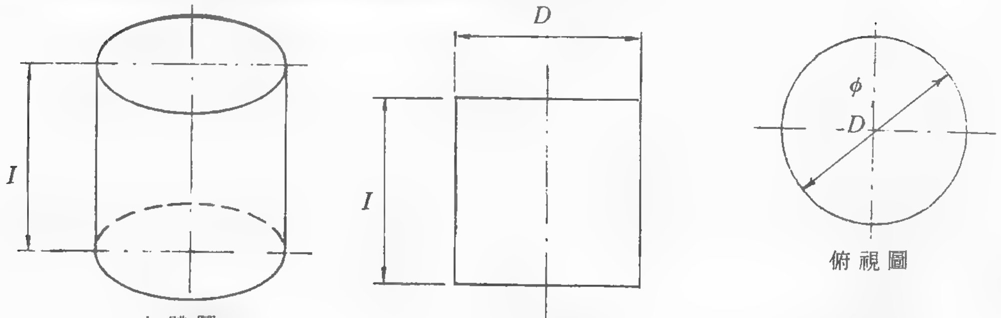
其中 r 爲高度爲 h 時之截面圓的半徑，θ 爲倒立圓錐體外緣與水平線的夾角，

則　$r=h\times\cot\theta$，代回(3)式得　$h\times h\times h\times c_3$ ………(4)

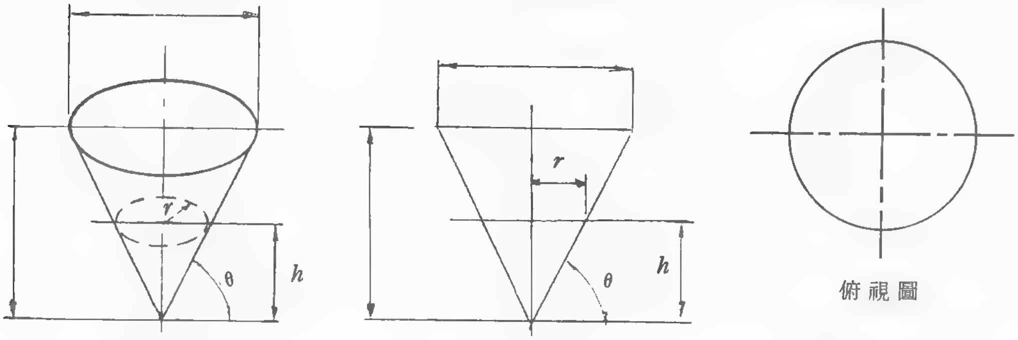
其中 $c_3 = \cot\theta \times \cot\theta \times \pi/3$

在同一立方根杯下，c_3 是一常數，故得證圖二倒立

圓錐體其所盛液體之體積與其高度立方成正比。



圖一　量杯



圖二　立方根杯

將定量液體由量杯倒至立方根杯，則立方根杯液體之高度的立方，就與量杯液體之高度成正比，即立方根杯液體之高度，與量杯液體之高度的立方根成正比，此就達成將量杯液體之高度開立方根的效果。證明如下：

假設量杯截面積爲 w，倒入定量液體後高度爲 h_1

則此定量液體體積爲 $w \times h_1$

將此定量液體倒入立方根杯後高度爲 h_3，則此定量

液體體積由(4)式得　$h_3 \times h_3 \times h_3 \times c_3$

依據體積不變的原理知　$w \times h_1 = h_3 \times h_3 \times h_3 \times c_3$

又 w 與 c_3 皆爲常數，故得證 h_1 正比於 h_3 的立方。

要用圓規和直尺求平方根就相當簡單，畫個直角三角形，利用兩股平方和等於斜邊平方就成了；在高中理科數學下册 1 - 3 中也提出許多計算的方法；而利用以上類似的原理，也能設計可開平方根的杯子。

平方根杯的體積與高度平方成正比，如倒立三角體（參閱圖三）。證明如下：

高度爲 h 時此液體體積爲 $a \times b \times \sin\theta \times t/2$ ……(5)（t 爲倒立三角體的厚度），其中 $h = a \times \sin\alpha = b \times \sin(180-\alpha-\theta)$，

得 $a = h/\sin\alpha$，$b = h/\sin(180-\alpha-\theta)$

代回 (5)式得 $h \times h \times c_2$ ………(6)

其中 $c_2 = \dfrac{\sin\theta \times t}{\sin\alpha \times \sin(180-\alpha-\theta) \times 2}$

在同一平方根杯下，c_2 是一常數，故得證圖三倒立三角體其所盛液體體積與高度平方成正比。

將定量液體由量杯倒至平方根杯，則平方根杯液體之高度的平方就與量杯液體之高度成正比，即平方根杯液體之高度就與量杯液體之高度的平方根成正比，此就達成將量杯液體之高度開平方根的效果。證明如下：

假設量杯截面積爲 w，倒入定量液體後高度爲 h_1

則此定量液體體積爲 $w \times h_1$

將此定量液體倒入平方根杯後高度爲 h_2，則此定量

液體體積由(6)式得 $h_2 \times h_2 \times c_2$

依據體積不變的原理知 $w \times h_1 = h_2 \times h_2 \times c_2$

又 w 與 c_2 皆爲常數，故得證 h_1 正比於 h_2 的平方

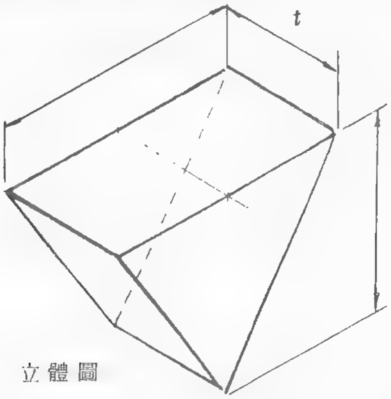
由以上的說明只知道一定量的液體在量杯的高度分別與同量液體在立方根杯高度的立方及平方根杯高度的平方成正比，實際用來計算立方根及平方根時需先標示刻度，以方便觀察。根據以上的證明，量杯與開方杯的單位長度未必相同，單位長度的刻畫方式可用一定量的體積倒入量杯中，其高度就爲量杯的一個單位長，再將此定量液體倒入開方杯中，其高度也即爲開方杯的一個單位長度，這是運用1的任何開方均仍爲1本身的原理，來決定各類杯的單位長度。若經適當設計，可使 $w = c_2$（有無限多組解），如此 $h_1 = h_2 \times h_2$，量杯與平方根杯之單位長度就一致。也可使 $c_3 = w$（有無限多組解），如此 $h_1 = h_3 \times h_3 \times h_3$，量杯與立方根杯之單位長度就一致。

而在高度測量方式上，爲方便理論上之探討，以上所有說明中的高度皆是指從杯底底點之垂直高度，實際觀察時，垂直高度有時並不好觀察，而事實上沿著杯壁來計算高度也是可以的，因垂直高度與沿著杯壁的長度成正比。

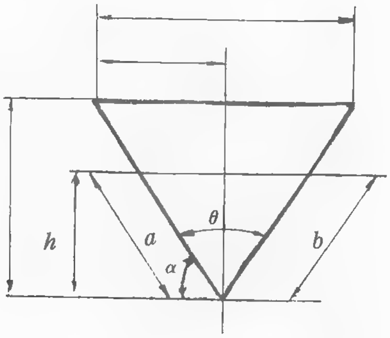
量杯，平方根杯與立方根杯之間的不同組合，有其他運算的結果，若將平方根杯之

定量液體例入量杯中，就爲平方的運算；若將立方根杯之定量液體倒入量杯中，就爲立方的運算；若將平方根杯之定量液體倒入立方杯中，就爲2/3次方的運算；若將立方根杯之定量液體倒入平方根杯中，就爲 3/2 次方的運算；證明方式與上類似，在此就不一一列舉。

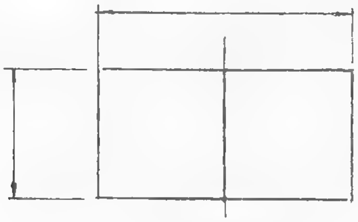
對某數開平方根或開立方根，可用以上大自然的方法來計算，深具教育性及趣味性，在無其他現代化工具時，亦爲一簡單方便的計算工具。回到原題，所以要求新香案的體積等於舊香案的兩倍，可先依上述方法作量杯及開立方根杯各一，並標上適當刻度，將適量的液體倒入量杯中使其高度等於舊香案邊長的兩倍，將量杯中的液體倒入立方根杯中，其高度所相對應的標示刻度的長度即爲新香案的邊長，若量杯及開方杯的單位刻度一致則此高度即爲新香案的邊長。



立體圖



前視圖



俯視圖

圖三　平方根杯

參考資料

1. 趣味數學常識，雪山圖書有限公司
2. 〔德〕海因里希-德里著，一百個著名初等數學問題歷史和解答，凡異出版社
3. 華氏編著，與中學生談中國數學史上的幾大成就，九章出版社
4. 劉健飛、張正齊著，數學五千年，曉園出版社
5. 李儼著，中國古代數學簡史，九章出版社

★

1995年第36屆國際數學奧林匹亞競賽試題解答評析(Ⅱ)

CANADA 1995

中華民國參加第36屆國際數學奧林匹亞競賽代表團
*陳昭地 **林哲雄 ***于 靖 +柳 賢 *朱亮儒 *洪有情
*國立臺灣師範大學數學系
**國立清華大學數學系
***中央研究院數學研究所
+國立高雄師範大學理學院

問題 3（捷克）

〔解一〕$n=4$ 是唯一的整數滿足所述條件。

首先 $n=4$ 可行：令 $A_1A_2A_3A_4$ 爲單位正方形，而 $r_1=r_2=r_3=r_4=\frac{1}{6}$ 。

其次我們只須要證明 $n=5$ 時無解，因爲 $n\geq 5$ 有解表示 $n=5$ 也有解。

用反證法，假定 $n=5$ 時有解 。

令〔ijk〕表$\triangle A_iA_jA_k$ 的面積，〔ijk〕$=r_i+r_j+r_k$，$1\leq i$，j，$k\leq 5$

假定 $A_iA_jA_kA_l$ 是凸四邊形，就有

$$[ijk]+[kli]=[jkl]+[lij]$$

因此 $r_i+r_k=r_j+r_l$ 成立 。

我們考慮 A_1,A_2,A_3,A_4,A_5 的凸包，有以下3種情形

① 凸包是五邊形 $A_1A_2A_3A_4A_5$

在此情形下，$A_1A_2A_3A_4$、$A_1A_2A_3A_5$ 均爲凸四邊形，因此

$$r_2+r_4=r_1+r_3=r_2+r_5\ ,\quad r_4=r_5$$

於是 〔124〕=〔125〕，〔234〕=〔235〕

因爲 A_1,A_2,A_3 在 A_4A_5 的同一邊，就得到 A_1A_2 與 A_4A_5 平行，

且 A_2A_3 與 A_4A_5 平行，與 A_1,A_2,A_3 三點不共線矛盾。

② 凸包是四邊形 $A_1A_2A_3A_4$

令此四邊形對角線交於 P。可假定 A_5 在 PA_3A_4 的內部

於是 $A_1A_2A_3A_5$ 及 $A_1A_2A_5A_4$ 也是凸四邊形，就有

$r_3+r_1=r_2+r_5$ ， $r_5+r_1=r_2+r_4$ ， $r_1+r_3=r_2+r_4$

因而 $r_3=r_4=r_5$

因爲 A_3, A_4, A_5 在 A_1A_2 的同一邊，又得到 A_1, A_2, A_3 三點共線，此爲不可能。

③ 凸包是三角形 $A_1A_2A_3$

此情形下，面積關係給了〔124〕+〔234〕+〔314〕=〔125〕+〔235〕+〔315〕

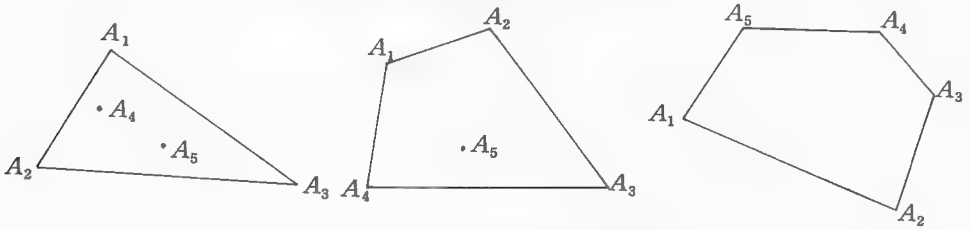
因而得到 $r_4=r_5$，〔134〕=〔135〕，A_4A_5 平行於 A_1A_3 。

另一方面 〔124〕=〔125〕，A_4A_5 也平行於 A_1A_2。

由於 A_1, A_2, A_3 不共線，因此仍然矛盾。

〔解二〕（卓士堯同學解法，朱亮儒教授改寫）

① 首先觀察，給定任何5點滿足題設條件，我們總是可以找到其中3點，A_1, A_2, A_3 使得 A_4 與 A_5 總是在 A_kA_l 的同一邊，$1 \leq k$，$l \leq 3$。



② $n=4$ 時，取 A_1, A_2, A_3, A_4 構成單位正方形，

且 $r_1=r_2=r_3=r_4=\frac{1}{6}$ 即可滿足所求。

③ 考慮任意四點 A_i, A_j, A_k, A_l，不妨設 A_i, A_j 在 A_kA_l 同一邊且 $r_i \geq r_j$

$\because$ $r_i+r_k+r_l=\triangle A_iA_kA_l$ 面積

$r_j+r_k+r_l=\triangle A_jA_kA_l$ 面積

$$\therefore \quad r_i-r_j=\frac{1}{2}\overline{A_kA_l}\cdot(d(A_i, A_kA_l)-d(A_j, A_kA_l))$$

$$=\frac{1}{2}\overline{A_kA_l}\cdot\overline{A_iA_j}\sin\theta$$

其中 θ 爲 A_iA_j 與 A_kA_l 的夾角

當 i, j 取定時，r_i-r_j 及 $\overline{A_iA_j}$ 皆爲定值，因此當 A_i, A_j 在 A_kA_l 的同

一邊時，$\overline{A_k A_l}\sin\alpha_{kl}$ 皆為定值（其中 α_{kl} 是 $A_k A_l$ 與 $A_i A_j$ 夾角）。

④ 應用②的結論以及①的觀察。當 $n\geq 5$ 時，取5點使得 A_4, A_5 總是在 $A_k A_l$ 的同一邊，$1\leq k$，$l\leq 3$，且 $r_4\geq r_5$。

於是 $\overline{A_1A_2}\sin\alpha_{12}=\overline{A_1A_3}\sin\alpha_{13}$

$\therefore\ A_2A_3 /\!/ A_4A_5$

同理 $A_1A_2 /\!/ A_4A_5 /\!/ A_2A_3$

$\therefore\ A_1, A_2, A_3$ 三點共線，矛盾

綜合以上討論，知 $n=4$。

評析：

1. 這道題由捷克所設計，屬於組合與幾何混合題。被歸為M+， 即中等偏難的題目，滿分有100人， 0分也有96人。平均得分3.13，得分率0.45，難度指數0.48，鑑別指數0.77，鑑別度和難度應算合理。我國參賽學生在這道題的平均得分是5分，一位滿分，一位得兩分，其他四位都是5～6分。

2. 解題重點：

(1) 先從 $n=4$ 着手。很容易看出當 $A_1A_2A_3A_4$ 為單位正方形，且 $r_1=r_2=r_3=r_4=\dfrac{1}{6}$ 時，滿足條件。

(2) 再看 $n=5$：

① 導出當 $A_1A_2A_3A_4$ 為凸四邊形時 $r_1+r_3=r_2+r_4$。

② 分別討論無論凸包是五邊形 $A_1A_2A_3A_4A_5$ 或凸包是四邊形 $A_1A_2A_3A_4$ 或凸包是三角形 $A_1A_2A_3$ 等情形都得到矛盾。

(3) 因 $n=5$ 不可能，當然 $n\geq 5$ 時也都不可能。

3. 討論：

這道題答案寫起來必須逐步說明，因此考驗了表達完整及清楚的能力。我國學生有四位被扣1～2分，原因即在於表達不夠完整，雖然解題的想法是正確的。尤其是卓士堯這道題想法很獨到，但是對於各種情況（ Cases ）的說明有遺漏，雖經副領隊朱亮儒一再補充解釋，加拿大評分協調員仍然堅持扣去一分，甚為可惜。

問題4（波蘭）

設正實數的數列 $x_0, x_1, \cdots\cdots, x_{1995}$ 滿足下列兩條件：

(i) $x_0=x_{1995}$

(ii) $x_{i-1}+\dfrac{2}{x_{i-1}}=2x_i+\dfrac{1}{x_i}$，其中 $i=1,2,\cdots\cdots,1995$。

求所有滿足上述條件的數列中 x_0 的最大值。

解：由條件(ii)得 $2x_i^2-(x_{i-1}+\dfrac{2}{x_{i-1}})x_i+1=0$，分解爲

$(2x_i-x_{i-1})(x_i-\dfrac{1}{x_{i-1}})=0$，從而得 $x_i=\dfrac{x_{i-1}}{2}$ 或 $x_i=\dfrac{1}{x_{i-1}}$。

其次，由數學歸納法證明 $x_i=2^{k_i}x_0^{\varepsilon_i}$，其中 k_i 爲滿足 $|k_i|\le i$ 的整數，$\varepsilon_i=(-1)^{k_i+i}$，$i=0,1,2,\cdots\cdots,1995$。當 $i=0$ 時，$x_0=2^0x_0^1$，即 $k_0=0$，$\varepsilon_0=1$。假設 $i>0$ 且設 $x_{i-1}=2^{k_{i-1}}x_0^{\varepsilon_{i-1}}$，其中 $|k_{i-1}|\le i-1$，

$\varepsilon_{i-1}=(-1)^{k_{i-1}+(i-1)}$。若 $x_i=\dfrac{x_{i-1}}{2}$，則 $x_i=2^{k_{i-1}-1}x_0^{\varepsilon_{i-1}}$，因此 $k_i=$

$k_{i-1}-1$，$\varepsilon_i=\varepsilon_{i-1}$，這時 $|k_i|=|k_{i-1}-1|\le|k_{i-1}|+1\le(i-1)+1=i$，

$\varepsilon_i=\varepsilon_{i-1}=(-1)^{k_{i-1}+(i-1)}=(-1)^{k_i+i}$。若 $x_i=\dfrac{1}{x_{i-1}}$，則 $x_i=2^{-k_{i-1}}x_0^{-\varepsilon_{i-1}}$，

因此 $k_i=-k_{i-1}$，$\varepsilon_i=-\varepsilon_{i-1}$，這時 $|k_i|=|k_{i-1}|\le i-1<i$，$\varepsilon_i=-\varepsilon_{i-1}=-(-1)^{k_{i-1}+(i-1)}=(-1)^{k_i+i}$。

表 $x_{1995}=2^kx_0^\varepsilon$，其中 $k=k_{1995}$，$\varepsilon=\varepsilon_{1995}$，而且 $|k|\le1995$，$\varepsilon=(-1)^{1995+k}$，由條件(i)，$x_0=x_{1995}=2^kx_0^\varepsilon$。若 k 是奇數，則 $\varepsilon=1$，這時 $x_0=2^kx_0$，解得 $2^k=1$，而與 $k\neq0$ 矛盾。因此 k 必爲偶數，於是 $\varepsilon=-1$，而得 $x_0^2=2^k$。但 k 是偶數且 $|k|\le1995$，得 $k\le1994$，因此 $x_0=2^{\frac{k}{2}}\le2^{997}$，即 2^{997} 爲 x_0 的上限。

最後，令 $x_0=2^{997}$，$x_i=\dfrac{x_{i-1}}{2}$，$i=1,2,\cdots\cdots,1994$，$x_{1995}=\dfrac{1}{x_{1994}}$，則 $x_0,x_1,\cdots\cdots,x_{1995}$ 爲正實數的數列滿足條件(i)(ii)，因此 2^{997} 爲所求的最大值。

另解：(蘇柏青同學對於 $x_0\le2^{997}$ 的證法)

設 $a_i=\log_2x_i$　因 $x_i=\dfrac{1}{x_{i-1}}$ 或 $x_i=\dfrac{x_{i-1}}{2}$，則 $a_i=-a_{i-1}$ 或 $a_i=a_{i-1}-1$。

令 $r:\boldsymbol{R}\to\boldsymbol{R}$，$r(x)=-x$ ； $s:\boldsymbol{R}\to\boldsymbol{R}$， $s(x)=x-1$ 。假設 $x_0>2^{997}$ ，則 $a_0>997$ 。分下列兩種情形討論：

(1) 假設存在 i_0 ($1\le i_0\le 1995$) 使得 $a_{i_0-1}\ge 0$ 但 $a_{i_0}<0$ ，其中 $a_{i_0}=s(a_{i_0-1})$。這時 $-1\le a_{i_0}<0$ 。因為 $a_0>997$，從 a_0 變換到 a_{i_0} 的過程中，經由 s 作用的次數至少有998次。因為 $-a_0<-997$ ， a_{i_0} 至少還要經 s 作用 997 次才有可能使 a_{i_0} 變換到 $-a_0$ ，最後再經 r 作用後到達 a_0，但這時 a_0 至少要 $998+997+1=1996$ 次才能返到 a_0，矛盾。

(2) 假設(1)的情況不發生。 若 $a_{i-1}a_i<0$ ，則 $a_i=r(a_{i-1})$。因 $a_0=a_{1995}$ ，則 a_{1995} 係由 a_0 經偶數次的 r 作用以及奇數次 s 的作用而得。注意， $|r(x)|=|x|$ ， $|s(x)|=|x|\pm 1$ ， $x\in\boldsymbol{R}$ ，因而得 $|a_0|=|a_{1995}|=|a_0|\pm m$ ，其中 m 為奇數，矛盾。

因此我們證得 $x_0\le 2^{997}$ 。

評析：

1. 本題為波蘭所設計，為一數列的問題。在28道預選題中，被歸為M_級，即中等偏易的題目。得滿分有168位，零分的也有44位。平均分數4.58，得分率0.65，鑑別指數0.76。在第二天3道考題中，屬最簡易的一題。

2. 解題重點：

(1) 由條件(i)解出 $x_i=\dfrac{x_{i-1}}{2}$ 或 $x_i=\dfrac{1}{x_{i-1}}$

(2) 由(1)導出 $x_i=2^{k_i}x_0^{\pm 1}$，其中 $|k_i|\le i$

(3) 由1995的奇數性及 $x_0=x_{1995}$，得到 x_0 的上界，即 $x_0\le 2^{997}$ 。

(4) 舉例說明存在正數數列 $x_0, x_1, \cdots, x_{1995}$，其中 $x_0=2^{997}$，且滿足條件(i)(ii)。

3. 討論：

(1) 本題我國六位學生代表除了邱奕智因為在某關鍵的式子中沒有考慮完整被扣了1分外，其餘五位均獲得滿分7分。總分41分，僅次於73個參賽國中六個滿分的國家。

(2) 蘇柏青的解法，係將乘除性的問題，經對數轉換為加減性問題來解決。其他五位的解法，則大同小異，都是標準的解法。

問題5(紐西蘭)

〔解〕 $\overline{AB}=\overline{BD}$, $\overline{AE}=\overline{DE}$ 。設以直線 BE 為軸，正△BCD 與正△AEF 的對稱三

角形分別爲正△ $BC'A$ 與正△ DEF' 。

∵ $\angle BC'A + \angle BGA = 60° + 120° = 180°$

∴ A, C', B, G 四點共圓。

∴ 由波利米（Ptolemy）定理

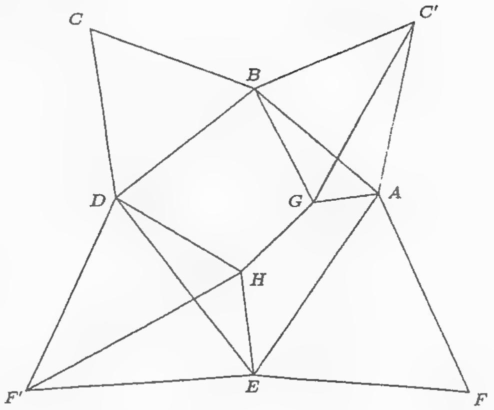
$$\overline{AG} + \overline{BG} = \overline{C'G}$$

同理，$\overline{DH} + \overline{HE} = \overline{HF'}$

因此 $\overline{AG} + \overline{GB} + \overline{GH} + \overline{DH} + \overline{HE}$

$= \overline{C'G} + \overline{GH} + \overline{HF'} \geq \overline{C'F'} = \overline{CF}$

等號成立若且唯若 G 和 H 都在直線 $C'F'$ 上。



評析：

1. 本題由紐西蘭所設計提供，爲平面幾何題。預估爲適中題，滿分172位，僅次於第1題。平均得分3.41，得分率0.49，難度指數0.49，合理。鑑別指數0.82，爲6道題中鑑別度最高者。

2. 解題重點：

(1) 用對稱軸的反射點：BE 爲對稱軸，C、D、F 的對稱點分別爲 C'，A，F'。

(2) 利用波利米（Ptolemy）定理：

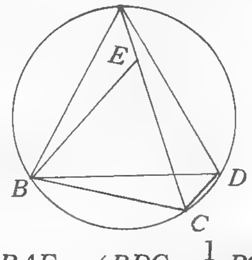
設四邊形 $ABCD$ 爲圓的內接四邊形，則 $AD \cdot BC + AB \cdot CD = AC \cdot BD$。

3. 討論：

(1) 這題若能想到用對稱軸的反射點來證，則立可得證。即使不曉得波利米定理，也可根據所知條件逐步證出。

(2) 基本上我國學生對於對稱軸反射的手法應該很熟悉且能掌握。有四位得滿分，但另外二位表現失常，沒能想到這種證法只各得1、2分，實在可惜。

(3) 我國有3位學生直接證明波利米定理的一個特例：設 $ABCD$ 爲圓的內接四邊形，且 $\triangle ABD$ 爲正三角形，則 $BC + CD = AC$。



卓士堯同學的證法：在 $\overline{AC}$ 上取一點 E 使得 $CE = CB$。則 ∵ $\angle BCA = \angle BDA = 60°$

∴ $\triangle BCE$ 爲正三角形。$\angle BEA = \angle BCD = 120°$，$\angle BAE = \angle BDC = \frac{1}{2} BC$ 度數。

∴ $\triangle BEA \simeq \triangle BCD$。因此 $AE = CD$，而得到 $AC = AE + EC = CD + CB$。

問題6(波蘭)

〔解一〕把A寫成$X\cup Y$，$X=A\cap\{1,2,\cdots,p\}$

$$Y=A\cap\{p+1,p+2,\cdots,2p\}$$

令 $T(A)=\{x+1\mid x\in X\}\cup Y$

這兒$x+1$是取值$x+1$或$x+2-p$，視$x+1$是否$\leq p$而定。

令U_p表$\{1,2,\cdots,2p\}$中所有含p個元素的子集

因而 $A\rightarrow T(A)$ 可看成U_p上的一個操作。

首先觀察到在$\{1,2,\cdots,2p\}$中只有兩個子集滿足 $T(A)=A$，

即$\{1,2,\cdots,p\}$與$\{p+1,p+2,\cdots,2p\}$

假定 $A\in U_p$，而且不同於上述兩個子集，考慮

$$A,\ T(A),\ T^2(A),\cdots,T^{p-1}(A),\ T^p(A)=A$$

可假定X有k個元素，$1\leq k\leq p-1$，令$\sigma(A)$表A中元素和。

若$\sigma(A)$同餘$r\pmod p$，則$\sigma(T^j(A))$就會同餘$r+jk\pmod p$。因此在這組集合$A,T(A),T^2(A),\cdots,T^{p-1}(A)$，其元素和mod p正好代表一個完全剩餘系。

由於U_p中除了$\{1,2,\cdots,p\}$與$\{p+1,p+2,\cdots,2p\}$而外，正好每p個形成一組$A,T(A),T^2(A),\cdots,T^{p-1}(A)$,(共有$\left(\binom{2p}{p}-2\right)/p$組)，而每一組中正好有一個子集滿足元素和是$p$的倍數，因此答案是

$$\left(\frac{\binom{2p}{p}-2}{p}\right)+2$$

這兒要加回2是因為$\{1,2,\cdots,p\}$以及$\{p+1,p+2,\cdots,2p\}$這兩個子集的元素和也是p的倍數。

〔解二〕令U_p表$\{1,2,\cdots,2p\}$中所有含p個元素的子集，即 $A\in U_p\Rightarrow|A|=p$

令$\sigma(A)$表A中所有元素的和，對於$r=0,1,\cdots,p-1$，考慮以下的子集

集合 $C_r=\{A\mid |A|=p,\ \sigma(A)\equiv r\pmod p\}$ 於是就有

$$U_p=C_0\cup C_1\cup\cdots\cdots\cup C_{p-1}$$

本題是要找出$|C_0|$，即C_0中的元素個數。

考慮 $C_{k,r}=\{X\mid X\subseteq\{1,2,\cdots,p\},\ |X|=k,\ \sigma(X)\equiv r\pmod p\}$

首先證明，若 $1 \leq k \leq p-1$，則

$$|C_{k,0}| = |C_{k,1}| = \cdots = |C_{k,p-1}| = \frac{1}{p}\binom{p}{k}$$

建立一一對應 $\phi: C_{k,r} \to C_{k,s}$, $0 \leq r, s \leq p-1$

選取 c 使 $r+kc=s$，然後令

$$\phi(X)=\{ x+C \mid x \in X \}$$

這兒 $x+c$ 是取值 $x+c$ 或 $x+c-p$，視 $x+c$ 是否 $\leq p$ 而定。

假定 $A \in U_p$，且 $A \neq \{1,2,\cdots,p\}$ 或 $\{p+1,\cdots,2p\}$，令

$$X = A \cap \{1,2,\cdots,p\}, \quad Y = A \cap \{p+1,\cdots,2p\}$$

$$|X| = k, \ 1 \leq k \leq p-1, \quad |Y| = p-k$$

固定 Y 變動 X，而使 A 的元素和 mod p 不變，可以有 $\frac{1}{p}\binom{p}{k}$ 個 X 的選擇。

另一方面 Y 的選擇（若 $|Y|$ 不變）是 $\binom{p}{k}$。所以，若 $r=1,2,\cdots,p-1$

就有 $$|C_r| = \frac{1}{p}\sum_{k=1}^{p-1}\binom{p}{k}^2 = \frac{1}{p}\left(\sum_{k=0}^{p}\binom{p}{k}^2 - 2\right) = \frac{1}{p}\left(\binom{2p}{p} - 2\right) \qquad (*)$$

由於 $\{1,2,\cdots,p\}$ 及 $\{p+1,\cdots,2p\}$ 均在 C_0 中，所以

$$|C_0| = \frac{1}{p}\left(\binom{2p}{p} - 2\right) + 2$$

上述證明中 (*) 用到了恆等式

$$\sum_{k=0}^{p}\binom{p}{k}^2 = \binom{2p}{p}$$

這個恆等式可由考慮 $f(y)=(y+1)^p(\frac{1}{y}+1)^p$ 的常數項導出。

〔解三〕令 ξ 爲 1 的 p 次根，滿足 $\xi^p=1$，而 $\xi^i \neq 1$，若 $0<i<p$。

考慮 $\prod_{i=1}^{2p}(X-\xi^i) = (X^p-1)^2 = X^{2p} - 2X^p + 1$

因此 $$2 = \sum_{i_1,\cdots,i_p \in 1,2,\cdots,2p} \xi^{i_1+\cdots+i_p} = \sum_{j=0}^{p-1} n_j \xi^j$$

其中 n_j 表示子集 $A=\{i_1,\cdots,i_p\}\subset\{1,2,\cdots,2p\}$ 的個數，A 必須滿足

$$i_1+\cdots+i_p\equiv j\ (\mathrm{mod}\ p)$$

因為 ξ 所滿足的最小方程式是

$$1+\xi+\cdots+\xi^{p-1}=0$$

由除法知　$(n_0-2)+\sum_{j=1}^{p-1} n_j\cdot\xi^j=c\,(1+\xi+\cdots+\xi^{p-1})$，$c\in Z$

也就是說　$n_1=n_2=\cdots=n_{p-1}$，而 $n_0=2+n_1$

因為　$n_0+n_1+\cdots+n_{p-1}=\binom{2p}{p}$，所以

$$n_0=\frac{1}{p}\left[\binom{2p}{p}-2\right]+2$$

評析：

1. 這道題由波蘭所設計，是組合與數論混合的題目。也是公認在這次競賽中難度最高的一題，只有34位（8.3％）得到滿分，零分有290位。平均得分1.07，得分率0.15。難度指數0.24，鑑別指數0.45，是6道題中難度最高，鑑別度最低的一道題。
2. 解題重點：

   利用同餘的概念，將 $\{1,2,\cdots,2p\}$ 中所有含 p 個元素的子集的集合 U_p 分組。

   (1) 顯然 $\{1,\cdots,p\}$ 及 $\{p+1,\cdots,2p\}$ 滿足所求，故設 A 不同於這兩個子集。

   (2) 設 $T(A)$ 是 A 中 $\leq p$ 的元素各加1及 A 中 $\geq p+1$ 的元素所成的集合。則 $A, T(A), T^2(A),\cdots,T^{p-1}(A)$ 中，它們的元素和 mod p 正好代表一個完全剩餘系。

   (3) U_p 中除了 $\{1,\cdots,p\}$ 和 $\{p+1,\cdots,2p\}$ 外，正好每 p 個形成一組 $A, T(A),\cdots,T^{p-1}(A)$，而每一組中恰好有一個子集滿足元素和是 p 的倍數。

   (4) U_p 中共有 $\binom{2p}{p}$ 個元素，因此得到答案 $\dfrac{\binom{2p}{p}-2}{p}+2$

3. 討論：

   我國參賽學生只有一位在這道題得到2分，其他五位都沒有拿到分數。由於這道題的解答是要給公式，因此對於 $p=3$、$p=5$ 的特殊情形，即使算出，大會評

分標準仍是完全沒有分數。只有在猜到解答的情形下才能得到部份分數。我國也有一位學生猜到答案但是沒有寫下，失去得部份分數機會。

四、參考資料

1. 國立臺灣師範大學科學教育中心(民82年6月)，國際數學奧林匹亞(Ⅰ)：數理科奧林匹亞競賽專輯(二)。
2. 陳昭地(民82年)，一九九三年第三十四屆國際數學奧林匹亞競賽試題解答評析，科學教育月刊第163期(82年10月)，48～72。
3. 陳昭地(民83年)，一九九四年第三十五屆國際數學奧林匹亞競賽試題解答評析，科學教育月刊第172期(83年9月)，24～39。
4. 陳昭地等(民84年)，中華民國參加一九九五年國際數學奧林匹亞計畫報告，第1～93頁。
5. 中華民國參加第36屆國際數學奧林匹亞競賽代表團，中華民國參加1995年第36屆國際數學奧林匹亞競賽紀實，科學教育月刊第182期(84年9月)。
6. 36th IMO Programme (July 13-25, 1995, Canada)。
7. IMO 95 Exam Results (95 IMO Jury Committee)。
8. 第36屆IMO試題。
9. 36th IMO Solutions of Problems for Consideration by the International Jury (1995 Canada).

五、結　論

從以上的成績統計及試題解答評析，我們綜合提出以下結論：

1. 本屆試題領域落在代數、數論、組合、平面幾合及數列(分析)。不等式、平面幾何、數列等都是每年熱門的題目。尤其今年的6道題中，就出現2道平面幾何題，所以集訓時，應再加強這些領域的訓練。
2. 本屆試題較去年稍難。第1題最簡單，第2題稍難，第6題最難，其餘3題適中。整體而言，難易分配還算合理。因為金牌數的比率不及$\frac{1}{12}$，且參賽學生高手如雲，欲得金牌，就必須題題兼顧且作答要嚴謹完整，不可稍有失常，所以平常的訓練也就格外重要。

3. 我國參賽六位學生代表，跟上屆一樣，計得四銀一銅一榮譽獎。總分 176分，在 73 個參賽國中排名第十二名。 整體看來比上屆略有進步，但前三位同學因表現失常，其成績不如預期的好。而後三位同學表現較爲正常，成績還算不錯。臨場表現異常，經常是我國參與正式比賽的致命傷。所以舒解心理壓力及探討其他因素等也是今後必須特別重視以謀解決之道。
4. 我國六位學生，在第 1 、4 道題均能表現出過去的水準，第 2 、3 、5 道題也差強人意，惟第 6 道題則表現大爲異常，對於這類的數論與組合綜合題型，我國學生仍然很弱。另外，學生的思考嚴謹性及作答完整性仍嫌不足，常易遭扣分，所以今後應該檢討改進集訓策略，以提高競賽績效與榮譽。

★

主編的話

彭育才

本刊在第 179 期登載了『美國馬里蘭州學校實作評量工具在臺灣施測的可行性』一文。嗣後，在第 180 、182 、184 等期各刊載了相關論文一篇，以報導在我國實施測試之過程與分析爲主；本刊將上列四篇論文，統統歸屬評量類。而本期則續登最重要之一篇爲『實作評量的功能與運用』，屬於學術性研究，故特以科教論著類刊出之。

數學及自然學科的資優教育，一向爲世界各國所重視，我國亦然，本期除刊載教育部公布之輔導要點外，另適時選登『大陸科學資優學生的搖籃—科技大學少年班』一文，以爲配合。有關國際數理科奧林匹亞，本期續刊三篇，以試題解答及評析爲範疇，精闢實用，凡我科學教師不可不讀。疑難問題討論，頗受讀者歡迎。本期刊出地球科學一則。「開方」爲數學基本算法之一，本期特介紹一個有趣的教學方法。本期之最後，公告了我國參加國際數學奧林匹亞競賽計畫及國內高中數學及自然學科能力競賽計畫，希望讀者能大家告訴大家，使參加者衆，共襄盛舉。

★

1995年第26屆國際物理奧林匹亞競賽 試題參考答案(II)

林明瑞
國立臺灣師範大學物理系

實驗試題第一題：

(a) 計算終端速度

當圓柱體在液體中以終端速度下落時，其所受的重力、黏滯力、和浮力等三力的合力為零，即： $V\rho g - 6\pi k\eta r^{m} v_T - V\rho' g = 0$

式中 $V = 2\pi r^3$ 為圓柱體的體積（半徑為 r ，長度為 $2r$ ）。解之得終端速度為：

$$v_T = C r^{3-m}(\rho - \rho') \qquad (4\text{-}1)$$

式中 $C = \dfrac{g}{3k\eta}$，為一常數。

(b) 指數 m 的測定

在(4-1)式中，若保持 ρ 不變（即選用同一種金屬的圓柱體），測量終端速度 v_T 和圓柱體半徑 r 之間的關係，即可定出指數 m。實驗方式如下：

在裝滿甘油的1000ml 量筒中，選定兩個適當的刻度線（譬如300ml 和100ml 的刻度線），將一個金屬圓柱體使自液面開始靜止落下，測量它通過兩個刻度線所需的時間。注意在此測量前，必須設法證實圓柱體在落至指定的區域時，已達到終端速度。

換用不同半徑的同種金屬圓柱體，重複上述的實驗。

設 D 為兩刻度線之間的距離， t 為所測出的通過時間，則(4-1)式可寫成下式：

$$\frac{D}{t} = C r^{3-m}(\rho - \rho') \qquad (4\text{-}2)$$

$$\Rightarrow \log D - \log t = (3-m)\log r + \log C(\rho - \rho')$$

$$\Rightarrow \log t = -(3-m)\log r - \log C(\rho - \rho')/D \qquad (4\text{-}3)$$

從上式中可看出 $\log t$ 和 $\log r$ 的關係曲線為一直線，其斜率等於 $-(3-m)$。

參考數據：

鋁圓柱體半徑 r (mm)	通過300ml和100ml刻度線的時間 t (s)						平均值 $\bar{t}$(s)
4	6.22	6.06	6.16	6.13	6.13	6.22	6.15±0.02
5	4.06	4.34	4.09	4.12	4.25	4.13	4.17±0.04
8	1.80	1.82	1.78	1.84	1.82	1.81	1.81±0.01
10	1.44	1.56	1.44	1.37	1.44	1.41	1.44±0.03

右圖中直線的斜率爲

$$=-\left(\frac{66.0\pm0.1}{75.5\pm0.1}\right)/\left(\frac{41.0\pm0.1}{78.5\pm0.1}\right)$$

$$=-1.67\pm0.01$$

【註】因爲圖中 x 軸和 y 軸上兩相同刻度間的長度不一致，所以必須取比例值。

$\Rightarrow m=3-(1.67\pm0.01)$

$=1.33\pm0.01$

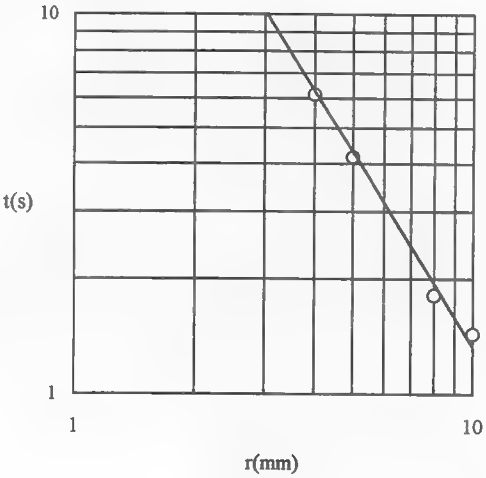


圖4-1

(c) 甘油密度 ρ' 的測定

利用 (4-2) 式，改寫成下式：

$$\frac{1}{t}=\frac{Cr^{3-m}}{D}(\rho-\rho') \qquad (4\text{-}4)$$

若圓柱體的半徑 r 保持不變，則式中 $1/t$ 對 ρ 成一直線關係，此直線在 ρ 軸上的截距即爲甘油密度 ρ'。實驗方式如(b)所述，但選用同樣半徑的不同種金屬圓柱體做爲試樣。

參考數據：

試樣	圓柱體密度 $\rho(kg/m^3)$	通過300ml和100ml刻度線的時間 t (s)						平均值 $\bar{t}$(s)	$\frac{1}{\bar{t}}(s^{-1})$
鋁	2.70×10^3	6.03	6.09	6.09	6.16	6.06	6.06	6.08±0.02	0.165±0.001
鈦	4.54×10^3	3.00	2.91	2.97	2.91	2.84	2.75	2.90±0.04	0.345±0.005
不銹鋼	7.87×10^3	1.31	1.32	1.38	1.44	1.31	1.34	1.35±0.02	0.741±0.011
銅	8.96×10^3	1.25	1.25	1.28	1.25	1.22	1.22	1.25±0.01	0.800±0.006

由右圖中讀得直線在ρ軸上的截距，即甘油的密度$\rho'=(1.1\pm0.2)\times10^3\ kgm^{-3}$。

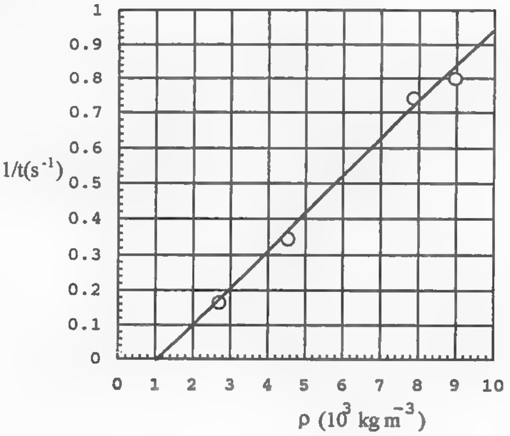


圖4-2

評分標準：（本題總計20分）

(a)　1分　寫出$V\rho g-6\pi k\eta r^m v_T-V\rho' g=0$

　　1分　寫出$v_T=Cr^{3-m}(\rho-\rho')$

(a)合計2分

(b)　2分　合理的「時間」數據點的分布，標準差在$0.1\ s$以內。

　　2分　有確證圓柱體已達到終端速度：使用目視方法者，得1分；提出實驗數據以證實者，得2分。

　　2分　將實驗數據標記在雙對數座標紙上。

　　1分　在對數—對數圖上，所有的數據點合理地分布在一條直線的鄰近。

　　1分　從數據圖中計算出（$3-m$）。

　　1分　得出$m\approx1.33$。

　　1分　估計m的標準誤差。

(b)合計10分

(c)　1分　合理的「時間」數據點的分布，標準差在$0.1s$以內。

　　1分　有確證圓柱體已達到終端速度。

　　2分　畫出$1/t$對ρ的關係曲線圖。

　　1分　上圖中的數據點合理地分布在一條直線的鄰近。

　　1分　從圖中計算出甘油的密度。

　　1分　得出合理的甘油密度值ρ'（正確值為$1.260\times10^3\ kgm^{-3}$）

　　1分　估計ρ'的標準誤差。

(c)合計8分

實驗試題第二題：

第一部分：

實驗裝置圖如圖5-1所示。

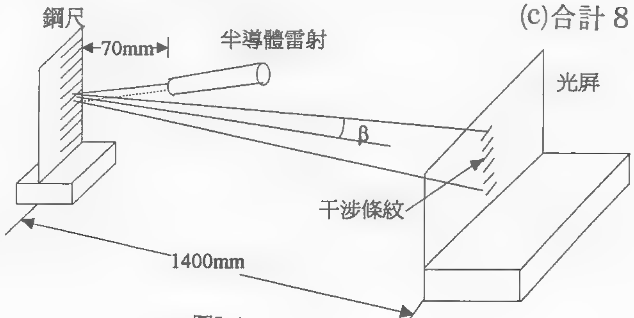


圖5-1

【註一】鋼尺至光屏之間的距離宜盡量取大，以增加干涉圖樣的幅度。

【註二】由於鋼尺的刻痕（相當於光柵的狹縫）爲水平，所以干涉條紋沿垂直方向展開。

設 y 爲某一級干涉條紋偏離中央亮紋的垂直距離(mm)，則 $\beta = \frac{y}{1400}$

參考數據：量取中央亮紋（即零級條紋，$N=0$）上下第10級條紋（$N=\pm 10$）之間的距離，得如下表：

次　數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2y(mm)	39.0	38.5	39.5	41.0	37.5	38.0	39.0	38.0	37.0	37.5
y(mm)	19.5	19.3	19.8	20.5	18.8	19.0	19.5	19.0	18.5	18.8

平均值 $\bar{y}(mm) = 19.3 \pm 0.2$

鋼尺上兩刻痕之間的寬度 h(mm) $= 0.50 \pm 0.02$

利用干涉關係式 $N\lambda = \pm h \sin\beta \approx \pm h\beta$ (5-1)

$$\Rightarrow \lambda = \frac{(0.50 \pm 0.02)}{10} \cdot \frac{(19.3 \pm 0.2)}{1400} = (0.689 \pm 0.028) \times 10^{-3}\,\text{mm}$$

$$= (690 \pm 30)\ \text{nm}$$

第二部分：

(i) 由於人類的眼睛對亮度的感覺呈現對數性的關係，約如下式：

$$\left(\frac{I'}{I_0}\right)_{eye} \approx 1 + \log\left(\frac{I'}{I_0}\right) \qquad (5\text{-}2)$$

式中 $\left(\frac{I'}{I_0}\right)$ 爲眞實的亮度比值，而 $\left(\frac{I'}{I_0}\right)_{eye}$ 則爲人類眼睛的感覺亮度比值，列表比較如下：

眞實亮度比 $\left(\frac{I'}{I_0}\right)$	0.10	0.25	0.50	0.75	1.0	2.0	5.0	7.5	10
感覺亮度比 $\left(\frac{I'}{I_0}\right)_{eye}$	0.00	0.40	0.70	0.88	1.0	1.3	1.7	1.9	2.0

本實驗先將雷射光穿過一50％的濾光片（【註】實驗器材中僅有二片50％和一片25％的濾光片。），照射在光屏上，觀察其亮度，然後將透明塑膠盒取代濾光片，插入其間，比較亮度的差異。結果後者看起來較前者爲亮。因此可判斷光透明塑膠

盒的透射係數應在50％以上。拿開塑膠盒，使雷射光直接照射在光屏上，觀察亮度，估計前後兩者（即光經塑膠盒時及不經時的狀況）感覺亮度的比值。利用上表可對照出眞實的亮度比值。

透射係數在75％至85％之間的任何估計值，皆爲可接受的答案。

(ii) 光對空氣和塑膠界面的透射係數爲

$$T = 1 - R = 1 - \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}\right)^2 = 1 - \left(\frac{1 - 1.59}{1 + 1.59}\right)^2 = 0.948$$

由於塑膠盒共有四個界面，若忽略界面間多重反射的損失，則總透射係數爲

$$T_{total} = (0.948)^4 = 0.808 \text{ 或 } 80.8\%$$

第三部分：

若將水加入塑膠盒內，則第二和第三界面變爲水／塑膠的界面，其透射係數爲

$$T_2 = T_3 = 1 - \left(\frac{1.33 - 1.59}{1.33 + 1.59}\right)^2 = 0.992$$

$$\Rightarrow T_{water} = T_1 T_2 T_3 T_4 = 0.948 \times 0.992 \times 0.992 \times 0.948 = 0.885 \quad (5\text{-}3)$$

第四部分：

(i) 實驗裝置如下圖：

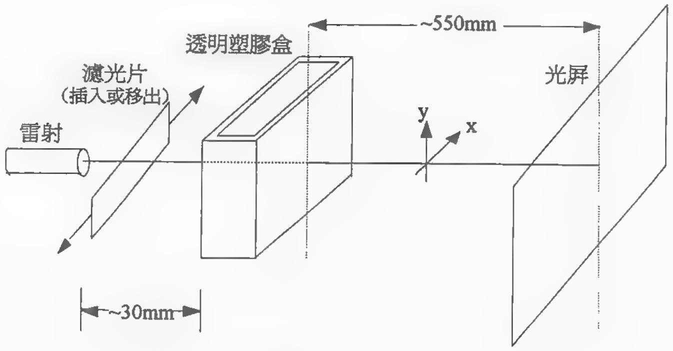


圖5-2

將水加入透明塑膠盒，依照第二部分所述的方法，估計光的透射係數約爲85％。參考如右的俯視圖，以測量雷射光被散射後的角度：

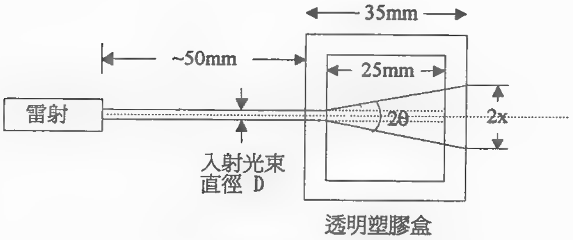


圖5-3

入射光束的直徑 $D = 2.00\,\text{mm}$。

(ii) 將0.5 ml 的牛奶滴入裝有50 ml 水的塑膠盒後，測得的數據如下：

$$牛奶濃度=\frac{0.5}{50}=0.01=1\%$$

$$2x=2.2\text{mm}\Rightarrow 2\theta=\frac{2x-D}{30}=\frac{2.2-2.0}{30}=0.0067=0.38^{\circ} \qquad (5\text{-}4)$$

光的透射係數$T_{total}\approx 70\%$（依照第二部分(ii)的實驗方法）

若塑膠盒內僅裝有純水，則由(5-3)得光對水的透射係數爲$T_{water}\approx 0.885$。因

此光對牛奶本身的透射係數爲：$T_{milk}=\frac{T_{total}}{T_{water}}\approx\frac{0.70}{0.885}=0.79$

【註】有兩種方法用於測量光的散射角：(1)量出光在塑膠盒射出面的光圈直徑，再利用(5-4)式以計算出角度。此法適用於小散射角；(2)由上往下俯視盒內的液體，直接用量角器量出光的散射角。此法適用於大散射角。但是用以上方法測量散射角時，必須注意：即使在有光散射的情況下，入射光束仍有部分能量直直穿透塑膠盒，其亮度要比周圍的散射區域強得多。因此在測量散射角時，必須特別留意。

(iii) 參考數據如下：

加入的牛奶體積(ml)	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
牛奶百分濃度(%)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
2x	2.0	2.2	6.2	9.4	12	(使用量角器)			
2θ(°)	0	0.4	8	14	19	28	36	41	48
T_{milk}	1.0	0.79	0.45	0.22	0.15	0.12	0.08	0.06	0.05

(iv) 利用上表的數據，得圖5-4。由圖中可看出光散射角ϕ（$=2\theta$）和牛奶百分濃度C之間大致成線性關係。

$$\phi\approx 6\,C \qquad (5\text{-}5)$$

(v) 已知

$$I=I_0e^{-\mu z}=T_{milk}\cdot I_0$$

$$\Rightarrow \ln T_{milk}=-\mu z \quad (5\text{-}6)$$

式中μ＝常數×牛奶百分濃度，z爲光在液體

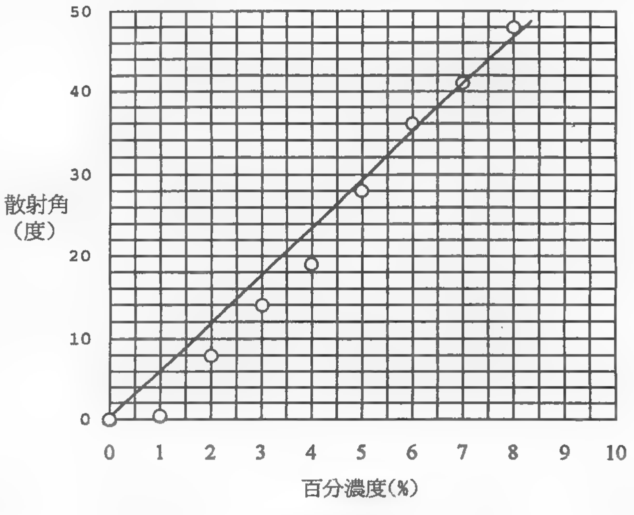


圖5-4

內行經的距離。 $\Rightarrow \ln T_{milk} = -kC$ (5-7)

式中 k 爲一常數。利用前表之數據，計算得：

牛奶百分濃度(%)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
T_{milk}	1.0	0.79	0.45	0.22	0.15	0.12	0.08	0.06	0.05
$\ln T_{milk}$	0	-0.24	-0.80	-1.51	-1.90	-2.12	-2.53	-2.81	-3.00

由右圖中之直線斜率及(5-7)式，可得： $k = 0.4$

由(5-6)和(5-7)兩式，得：

$0.4\ C = \mu z$

在本實驗中，光在液體中的行程 $z = 25\,\text{mm}$，以之代入上式，

得：$0.4\,C = 25\,\mu \Rightarrow \mu = 0.016C$

對10%濃度的牛奶而言，其衰減係數爲

$\mu = 0.016 \times 10 = 0.16\,\text{mm}^{-1}$

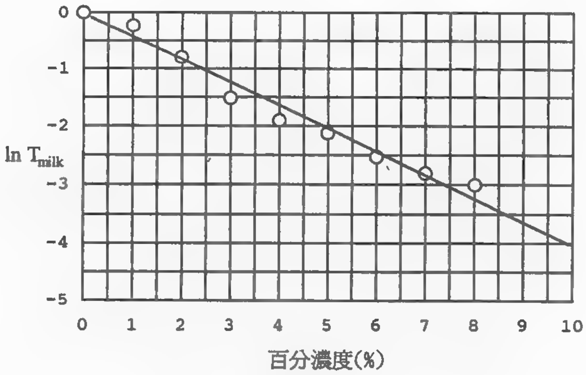


圖5-5

評分標準：（本題總計20分）

第一部分：

1分　畫出實驗裝置圖並加合適的標記。

1分　說出裝置圖中宜取的最佳幾何關係，譬如雷射光源應靠近鋼尺等。

1分　多次測量數據，求取平均值。

1分　數據列表。

1分　指出誤差來源，譬如因鋼尺上刻度不勻，以致所得的干涉圖樣不理想。

1分　計算誤差。

2分　所得波長在公認值的±10%之內，即在612 nm至748 nm之間，得2分；在±20%之內者，即在544 nm至816 nm之間者，得1分；誤差在±20%以外者，不給分。

第一部分合計8分

第二部分：

1分　有證據顯示經由實驗估計透射係數，而不是經由計算反推得出，所得數值在

70％至90％之間。

1分　正確計算出透射係數(有效數字不應超過三位)。

第二部分合計2分

第三部分：

1分　計算$T_{total}=88.5\%$(有效數字不應超過三位)，並顯示有實驗測量數據。

第三部分合計1分

第四部分

1分　畫出實驗裝置圖，包括側視圖和下視圖。

1分　能見識出散射光和直線透射光的差異。

1分　寫出$T_{milk}=\frac{T_{total}}{T_{water}}$的關係式。

1分　列出T_{milk}的實驗數據表，所得數值與參考值相差在±40％以內者。

1分　作圖求出光散射角和牛奶濃度之間的關係。

1分　應用作圖技巧，利用外插法，求出對應於10％牛奶濃度的透射係數。

2分　求出衰減係數μ。若所得數值與參考值相差在±40％以內者，得2分；在±60％以內者，得1分；其它，不給分。

1分　合理的誤差估計。

第四部分合計9分

★

更正啓事

本刊第184期底封面之英文目錄第6、7兩行，應爲“The Better Understanding of Earth Science, You are More Interested in Earth Science..... Fang-Nan Hwang”. 謹此更正並向作者與讀者深致歉意。

編輯室

1995年第26屆國際物理奧林匹亞競賽試題評析

林明瑞
國立臺灣師範大學物理系

理論試題第一題：

本題利用一趨近遠方星球的無人太空船，觀察太空船上的氦離子對光的吸收共振狀況，用以測量該星球的質量和半徑。從星球表面上的氦離子所激發出的光子，射至太空船時，因光子的重力位能增加而使其能量降低，這就是所謂重力紅位移現象。若無其它的補償效應，則此光子將不爲太空船上的氦離子所吸收。但是太空船飛向該星球，相當於船上的氦離子迎面趨向入射的光子，由於都卜勒效應，使氦離子所見光子的頻率升高。如果頻率的增加量剛好抵消重力紅位移效應的減少量，則光子將爲船上的氦離子共振吸收。本題解題的關鍵點有二：

(1) 題目中爲避免過份的暗示，在文中沒有出現「都卜勒效應」的字眼，學生必須能識見及此。

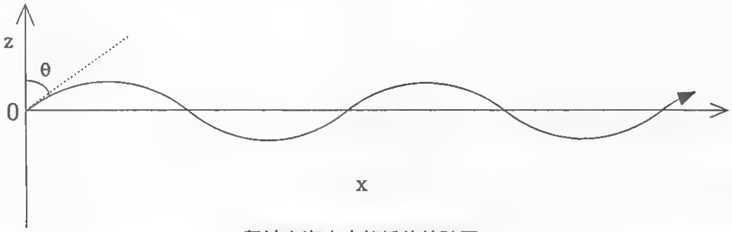
(2) 在理論計算中，學生必須能作近似值化簡，找出 $1/\beta$ 和 $1/d$ 之間的線性關係，再應用圖解方法求出星球的質量和半徑。

本題綜合應用相對論和力學的知識，問題由淺而深，可分層過濾出學生對物理的理解和分析能力，全題構成一個完整的單元。在題末的小題中，要求學生以相對論計算氦離子在發射光子時，因反衝而致的光子頻率位移，在理論列式和計算方法上有些難度。本題的命題水準相當出色。

我國五位學生在這一題（滿分爲 20 分）的成績爲：3，5，13，14，14。平均分數爲 9.8 分。得分不如預期，主要是未能解開上述的第二個關鍵點。我國學生習於得到確實解（大概是升學考試的試題都要求有確實解的緣故），對於必須應用近似值的解法，缺乏信心，怯步不前，以致於計算繁瑣，得不出答案。至於其它國家的學生成績如何？因主辦單位在發給各國代表團的成績統計資料中，沒有列出每一道題的得分，所以無從比較。

理論試題第二題：

本題屬海洋聲學的領域。題中給予聲速和海水深度座標 z（以海的半深處設爲 z = 0）之間的函數關係，要求證明聲波在起始的一段軌跡爲一圓弧，並解出欲使聲波波束從聲源抵達檢測器所需的起始射出角（不是一個，而是可能的一系列角度）以及所需經歷的時間。這兩個問題是連鎖性的。爲了避開連鎖，在第一小題的證明題中，刻意列出軌跡圓弧的半徑的式子。由此式子中，可看出圓弧的半徑和起始射出角有關：角度愈大，則半徑愈小。因此從 z = 0 處往上射出的聲波波束，若角度夠大，會形成一對稱的圓弧軌跡，往下折回通過 z = 0 而在其下的海水中，形成另一反向的對稱圓弧。軌跡的一般形狀如下圖所示：



聲波在海水中傳播的軌跡圖

本題在內容設計及難度配分上，甚見巧思。有關軌跡的證明題佔 6 分，有關起始射出角及聲波傳播時間的計算則合佔11分。學生即使不會作第一小題的證明題，仍可引用第一題所給的結果，繼續試解其下的問題。但是學生必須能識出解題的關鍵所在：若起始的射出角度愈大，則圓弧半徑愈小。由此推論出整體的軌跡形狀。知道軌跡的形狀後，餘下的問題便可輕易解出了。

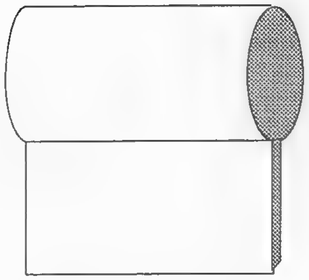
第七屆國際物理奧林匹亞競賽的理論第二題和本題的第一小題有些類似，但處理的波是光，而不是聲波。本題較之前者要深入得多。雖然如此，筆者對本題的命題水準仍願給予高度的評價。

我國學生在此題（滿分爲20分）的得分爲：5，5，8，11，15。平均分數爲8.8分。五位學生中僅一位稍佳。

理論試題第三題：

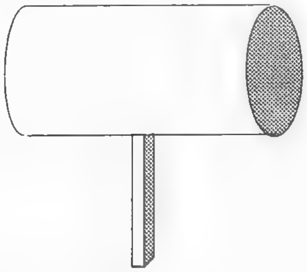
本題討論浮體的振動和轉動。題目難度普通，原爲備用題。主辦單位原先提供的理論第三題（討論一平面鏡因受到雷射光束的照射而引起振動，難度頗高）涉及相對論性的座標轉換，在國際委員會討論時，被指超出競賽命題大綱的規定範圍，經投票表決不

予採用，因而改用本題。本題一開始討論時，即因題目中所述「桿」（rod）的意義不明白，以及桿和圓柱體的銜接方式不清楚，而引發爭議。原題中所指的「桿」，實際上是一個薄平板，和圓柱體的銜接方式如右圖所示：



側視圖

但這麼一來，當「桿」來回擺動時，如何處理水的阻力對運動的影響，將是一個棘手的問題。另外，在「桿」擺動時，圓柱體的水平軸並非靜止不動，而是處於振動狀態，因此不能取該軸做爲慣性座標系的座標軸。若以整個系統的質心（即「桿」與圓柱體的銜接點）做爲參考座標系的原點，則因質心處於運動狀態，圓柱體所受的浮力對質心的力矩將不易計算。此題爭議甚久，一度有人提議要求廢棄不用，但因另一備用題也不管用，只好勉強留用，但要求命題委員會即時討論修改文字措辭。最後爲國際委員會所接受的版本，所稱的「桿」即爲普通的細桿，其與圓柱體銜接的方式如右圖所示，並且假設浮體繞圓柱體的水平中心軸線擺動。



側視圖

本題的(a)和(b)兩小題都甚爲簡易。(c)小題則稍難，學生必須準確標出各力的施力點，以計算力矩；也必須懂得如何計算桿的轉動慣量以及如何應用平行軸定理。(d)小題所得有關浮角的方程式爲一超越函數。直接求解當然不易，但題中只要求證明浮角約爲90°，則就簡單多了。

我國學生在此題（滿分爲20分）的得分爲：10，11，16，16，20。平均分數爲14.6，表現尚佳。得分較低的兩位同學，主要是因弄錯符號及計算錯誤而失分。

實驗試題第一題：

本題測量金屬圓柱體落入甘油中的終端速度以及相關實驗數據的處理。操作簡單，主要在考較學生的眼力、實驗技巧、和讀取數據的準確度。學生必須能指出所量出的速度確爲終端速度。學生也必須懂得如何使用全對數座標紙，以求得冪函數的冪次；以及從終端速度和圓柱體密度之間的線性關係中，求得甘油的密度。本題的命題水準平平，

乏善可陳。

我國學生在此題（滿分爲20分）的得分爲：14，15，16，17，19。平均分數爲 16.2 分，表現不錯。得分稍低的兩位同學，是因爲時間沒有掌握好，來不及畫好數據圖而被扣分。

實驗試題第二題：

本題考較學生在光學實驗上的操作技巧和判斷估計的能力。實驗的第一部分是以雷射光照射在有刻度的鋼尺上，從所得的干涉條紋圖樣中，計算出雷射光的波長。這是一個常見的實驗，一般是使雷射光以斜掠角度入射鋼尺，但本題則要求以近垂直的角度入射，方式雖不同，原理則一。由於鋼尺上的刻痕寬度不見得一致，間隔也不盡相同，因此鋼尺上的刻痕不是好的光柵，所得出的干涉圖樣會有些變形。因此欲取得好數據，還必須有副好眼力和判斷力。實驗的第二部分以後，主要是在測量光穿過塑膠容器和其內液體的透射係數。本實驗沒有提供測光儀器，僅能藉三小張濾光片（二張 50 %和一張 25%），完全憑眼睛的視覺來估計光強。但題中提示人眼對光強的感覺呈對數性。這樣的實驗設計，眞是對眼睛辨識能力的挑戰。筆者於日前曾以競賽中使用的器材（主辦單位贈送給各國代表團）在暗室中試作本實驗，確實不易取得可信的數據。對於命題者不採用價廉易得的半導體測光元件，筆者甚感困惑。顯然命題者著重在測試學生應用簡單器材，以取得合理結果的能力和實驗技巧。在實驗的第四部分中，要求測量牛奶濃度和光散射角度之間的關係。散射角的測量可藉量角器直接量得，或是先量出透出塑膠盒面的光圈直徑，再經計算求得。雖然仍不易測得準，但到底是以工具客觀量得，對取得的數據較有信心。

我國學生在這一題（滿分爲 20 分）的得分情形爲：8，9，10，11，11。平均分數 9.8 分，表現平平。同學們對這種著重估計和判斷的實驗題，似乎適應不良，未能發揮出能力。

本屆競賽由設立於坎培拉的澳洲國立大學主辦，命題委員會由澳洲各主要大學聯合組成。競賽試題在兩年前即已開始準備，其間曾將試題寄交國外學者審查。初稿完成後，還做過測試，經多次修改後定案。即使準備如此週到，在國際委員會一百多位各國領隊教授的審視討論下，依然有一些考慮不周之處，甚或題目遭到否決。國際競賽的試題設計確實是一項高難度的挑戰工作。本屆的試題僅理論第一題和第二題稱得上是夠水準的佳作。

本屆獲金牌獎的學生，除其中一位外，理論部分的得分全都在51分以上（滿分爲60分），亦即對上文中所指出的解題關鍵點，至少能有一處突破，方有可能鍍金。我國學生的理論成績最高分爲45分，距金牌的臨界值尚有差距，在關鍵點前未能破關而入，應令我們深思檢討。

我國學生平均成績和全體參賽國家的成績統計對照如下表（理論佔60分，實驗佔40分，總分共爲100分）：

一、我國參賽學生成績統計

	理論	實驗	總分
平均分數	33.20	26.00	59.20
中數	29.00	25.00	54.00
最高分	45.00	30.00	72.00
最低分	24.00	23.00	49.00
標準誤差	9.63	2.92	10.13

二、全體參賽國家成績統計

	理論	實驗	總分
平均分數	29.17	20.15	49.32
中數	27.60	20.60	47.60
最高分	57.80	32.00	89.80
最低分	2.60	3.40	11.60
標準誤差	14.12	6.34	19.79

我國學生總成績平均在參賽的五十一個國家中，位居第十七名。若以理論和實驗成績分項來看：理論成績位居第二十一名，實驗成績位居第十名。實驗方面的表現相對地比理論方面要好得多。

有關我國參加本屆競賽的感想和檢討，請見本刊第182期第61-62頁。

★

地球科學疑難問題討論

李春生
國立臺灣師範大學地球科學系

一、洋蔥狀風化為何屬於化學風化而非物理風化？

答：如你在林口台地上撿取一顆圓形或橢圓型礫岩，用榔頭敲開觀察其斷面，你一定會發現它內心還蠻新鮮，但最外層圈的外殼，其顏色跟內心截然不同，已形成一個風化皮殼。這是由於代表岩石圈的岩石跟代表水圈的水及代表氣圈的空氣在彼此的交界面產生化學風化的結果。這種化學風化反應通常是岩石中的含氧化鐵礦物在水的影響下已經氧化，造成新的針鐵礦（ FeO.OH ）礦物（ 參考化學反應式1 ）。這等於將舊成份分解成新成份，所以一般以分解作用（ Decomposition ）稱之。新生成的針鐵礦，稱為次生礦物（ Secondary minerals ）。

$$4\,FeO + 2\,H_2O + O_2 \rightarrow 4\,FeO.OH \qquad (式1)$$

由於岩性之不同，有些岩石的風化皮殼不久會脫皮而去，例如像石灰岩，由於它受到碳酸作用溶解的很快（ 式2 ），所以很難發現有風化皮殼。

$$CaCO_3 + H_2CO_3 \rightarrow Ca^{2+} + 2\,(HCO_3)^{1-} \qquad (式2)$$

至於像玄武岩的風化皮殼（ 圖1 ）則較不會脫去，它會隨著風化之持續進行，使得風化向內進展皮殼的厚度越變越厚。

另外一些岩石由於它脫去的風化皮殼，就座落在原來的石頭附近，所以看起來它就是具有剝離作用（ Exfoliation ）。有時剝離層只有一層，有時候有好幾層，外觀看起來就像洋蔥狀，這就可稱它為具洋蔥狀（ Onion structure ）風化。

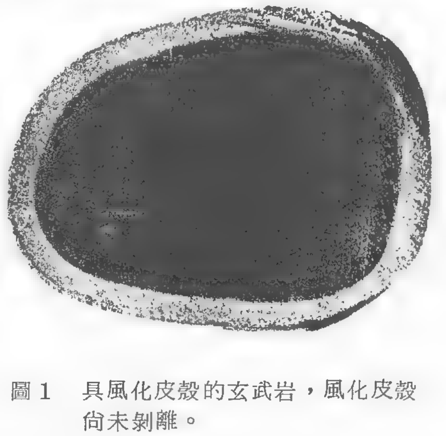


圖1　具風化皮殼的玄武岩，風化皮殼尚未剝離。

以上是針對石頭的外觀為圓形或橢圓型而言，如果石塊很大，外觀認不出是否為圓形或橢圓型，那麼剝離層很可能看起來是片狀，片狀也可以是一層，通常則有好幾層，那麼我們就稱這種剝離層為頁狀節

理（Sheeting）。

如果石塊原來是正方形或長方形，這種形狀的岩石在角落地方受到3方向的化學風化，在面與面交界的鄰邊地方受到2方向的化學風化，在面上只受到1方向的化學風化。由於各處風化的速率不同，所以一定會逐漸修飾成圓形或橢圓型（圖2）。我們強調此點所以稱其為球狀風化（Spheroidal weathering）。

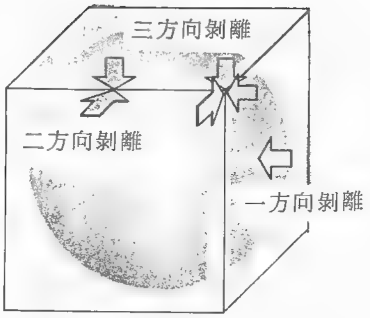


圖2 導致正方形岩塊朝向圓球風化礫的原因示意圖。

導致剝離現象的產生，主因當然是化學風化中，分解作用後的次生礦物在體積上有所改變（一般均膨脹變大），因此在岩石本身內產生一股應力，例如正長石風化成高嶺土（$Al_4Si_4O_{10}(OH)_8$，式3），體積一定膨脹，於是應力就因應而生。

$$4KAlSi_3O_8 + 4H^{1+} + 2H_2O \rightarrow 4K^{1+} + Al_4Si_4O_{10}(OH)_8 + 8SiO_2 \qquad (式3)$$

如果強調洋蔥狀風化那些剝離層均是應力所造成的，那自然是物理風化，所以何春蓀（民國78年）的普通地質學，均將剝離作用，頁狀節理及球狀風化歸入物理風化之列，但如果細究這些應力之所以產生，大都源自於化學風化作用，那麼將其歸之為化學風化亦可，例如國中地球科學教科書上册或美國Skinner及Porter（1992）所著的普通地質學教科書等均是持這種看法的。

參考文獻

何春蓀（民國78年）普通地質學，第七章 風化和土壤，第125－148頁，五南圖書出版公司出版。

國立編譯館（民國84年）國中地球科學教科書上册，第四章 地表的地質作用，第41－65頁。

Skinner, B.J. & Porter, S.C.（1992）The Dynamic Earth-an introduction to physical geology, chapter 7, Weathering and soils, pp.189-212. John Wiley & Sons, Inc. New York.

★

中華民國參加1996年
亞太數學奧林匹亞競賽計畫

中華民國數學奧林匹亞委員會

壹、依據：

依教育部八十四年六月三十日台(84)中字第 030736 號函辦理。

貳、宗旨：

一、加強發掘、培育數學資優學生並激發其潛能。

二、借鏡他國教學經驗，提昇我國數學教育水準。

三、促進國際間數學教學資料與教學經驗之交流。

四、增進國際關係友誼與合作以及師生間之情感。

叁、工作項目：

一、聯絡規劃中華民國參加一九九六年亞太數學奧林匹亞競賽事宜。

二、開發研究亞太數學奧林匹亞競賽試題。

三、辦理中華民國參加一九九六年亞太數學奧林匹亞競賽研習營。

四、培訓參加亞太數學奧林匹亞競賽之學生。

五、辦理中華民國參加一九九六年亞太數學奧林匹亞競賽。

六、編印中華民國參加一九九六年亞太數學奧林匹亞競賽報告。

七、參加亞太數學奧林匹亞年會。

肆、工作期限：

民國八十四年七月至民國八十五年六月。

伍、組織：

由教育部聘請專家學者組成「中華民國數學奧林匹亞委員會」主辦，國立臺灣師範大學數學系及科教中心、中央研究院數學研究所及中華民國數學會協辦。

陸、一九九六年中華民國亞太數學奧林匹亞研習營：

一、參加資格：參加一九九六年中華民國亞太數學奧林匹亞研習營之資格條件爲未曾獲推薦參加亞太數學奧林匹亞競賽，尚未進入大學註册，年齡在二十歲以內者（計至民國八十五年七月一日）並符合下列條件之一者：

1. 前三年度APMO之前七名學生（銅牌獎以上）及IMO國手代表（含候補國手）學生所屬學校額外推薦，並以該校在前三年度中上述得獎或代表學生扣除重複後之總數的三分之一爲最高推薦名額（尾數採無條件進位法計算）。
2. 八十四學年度教育部高級中學數學能力競賽決賽獲前三等獎之學生。

3. 經由設有數理資優班之高級中學推薦，每校至多二名。
（以下4、5兩項以總數十五名爲原則）
4. 參加高中數理科學習成就優異學生輔導計畫或研習營，數學表現特殊優異並經由承辦單位數學指導教授或數學輔導教師推薦者。
5. 其他數學表現特殊優異，獲得中華民國數學奧林匹亞委員兩人以上推薦並經審查通過者。

二、參加一九九六年中華民國亞太數學奧林匹亞研習營之報名程序及其時間、地點如下：

1. 符合參加研習營資格者，由就讀學校於民國八十五年一月十八日以前（以郵戳爲憑，逾期不予受理）塡妥報名表限時掛號逕寄台北市汀州路四段八十八號國立臺灣師範大學分部數學系收。
2. 參加競試之學生應曾參加亞太數學奧林匹亞研習營，未曾參加者一律參加民國八十五年二月五日至九日在國立臺灣師範大學理學院舉辦之亞太數學奧林匹亞研習營。
3. 曾獲推薦參加亞太數學奧林匹亞競賽，現仍在學願參加一九九六年亞太數學奧林匹亞競賽者亦應於民國八十五年一月十八日以前報名，仍可參加應屆亞太數學奧林匹亞研習營之模擬競試。

柒、一九九六年亞太數學奧林匹亞競賽：

一、參加資格：

1. 曾獲推薦參加亞太數學奧林匹亞競賽，現仍符合參賽資格者。
2. 參加一九九六年中華民國亞太數學奧林匹亞研習營並獲推薦者。

二、競試日期與地點：

1. 日期：民國八十五年三月十二日（星期二）。
2. 時間：上午九時三十分至下午一時三十分。
3. 地點：台北市汀州路四段八十八號國立臺灣師範大學分部理學院。

三、競試方式：採筆試方式，計有試題五道，每題七分，滿分總共三十五分，答卷時間限制四小時，需自備直尺、圓規等作答文具，惟不得使用電算器和圖表。

四、試題來源：由一九九六年亞太數學奧林匹亞總部提供。

五、評分方式：依一九九六年亞太數學奧林匹亞試題閱卷參考標準評分。

六、得獎標準：依據亞太數學奧林匹亞國際獎規定所有參與APMO競試者將會獲得一份參與證書。另各國頒發優勝獎標準與人數規定如下：

1. 得獎的最高限額數爲〔（N＋1）/2〕，N爲各委員國參與APMO競試者總人數。
2. 金牌獎的得分標準爲$\geq M+\sigma$

銀牌獎的得分標準爲≥M＋1/3 σ

銅牌獎的得分標準爲≥M－1/3 σ

其中M爲所有APMO數學競試全體得分的平均值；σ爲其標準差。

3. 對任何一個會員國而言，其得獎數有如下的限制：

(1) 金牌獎的名額爲≤1

(2) 金牌與銀牌獎合起來的名額爲≤3

(3) 金牌、銀牌及銅牌獎合起來的名額爲≤7

4. 對於已經達到每年資深協調國與助理協調國諮商後訂定的標準而未獲得優勝證書者，可以獲頒榮譽證書。例如在競試題目中至少有一題得到7分的滿分，或至少有二題獲得5分、6分的得分者。

七、獎勵：

1. 獲推薦代表參加亞太數學奧林匹亞國際獎或成績表現特殊優異者，由主辦單位推薦參加高級中學數學及自然學科資賦優異學生輔導甄試，並得推薦參加其他國際數學競試等有關活動。

2. 獲亞太數學奧林匹亞金、銀、銅牌及榮譽獎者，由教育部另訂辦法獎勵之。

3. 獲榮譽獎以上或成績表現特殊優異學生，其指導教師得視實際情況由主管教育行政機關給予獎勵。

捌、工作進度表：

本計畫係配合一九九六年第八屆亞太數學奧林匹亞競賽時間表予以規劃，並於民國八十五年六月編印年度報告後完成，其進度列表如下：

時　　間	進　　度　　表
1995年 7月 至 1995年 9月	1. 規劃中華民國參加一九九六年亞太數學奧林匹亞競賽計畫。 2. 參加在第三十六屆國際數學奧林匹亞主辦國加拿大舉行之第七屆亞太數學奧林匹亞年會。 3. 註冊參加一九九六年亞太數學奧林匹亞競賽。 4. 提交中華民國參加一九九六年亞太數學奧林匹亞競賽建議試題。
1995年10月 至 1995年11月	1. 亞太數學奧林匹亞試題之開發研究。 2. 競賽學生培訓計畫之研究。
1995年12月 至 1996年 1月	1. 開始徵選參加研習營之對象，同時研擬並進行亞太數學競賽研習營之工作內容，編印研習資料。 2. 研究開發中華民國數學奧林匹亞試題。
1996年 2月	舉辦中華民國參加一九九六年亞太數學奧林匹亞競賽研習營。
1996年 3月	1. 辦理中華民國參加一九九六年亞太數學奧林匹亞競賽。（三月十二日，星期二) 2. 選拔中華民國參加一九九六年亞太數學奧林匹亞競賽學生代表（十位）。
1996年 4月	1. 中華民國參加一九九六年亞太數學奧林匹亞競賽學生之成績分析。 2. 一九九六年亞太數學奧林匹亞競賽結果之連繫。
1996年 5月 至 1996年 6月	1. 發布一九九六年亞太數學奧林匹亞國際獎名單。 2. 分析一九九六年亞太數學奧林匹亞競賽摘要報告。 3. 編印中華民國參加一九九六年亞太數學奧林匹亞競賽計畫報告。 4. 準備參加一九九六年亞太數學奧林匹亞年會。

玖、經費：由教育部及國科會核定補助。 ★

中華民國參加1996年 國際數學奧林匹亞競賽計畫

中華民國數學奧林匹亞委員會

壹、依據：

依教育部八十四年六月三十日台⒁中字第 030736 號函辦理。

貳、宗旨：

一、加強發掘、培育數學資優學生並激發其潛能。

二、借鏡他國教學經驗，提升我國教育水準。

三、促進國際間數學教學資料與教學經驗之交流。

四、增進國際關係友誼與合作以及師生間之情感。

叁、工作項目：

一、聯絡規劃中華民國參加一九九六年第三十七屆國際數學奧林匹亞競賽事宜。

二、開發中華民國數學奧林匹亞試題。

三、培訓國際數學奧林匹亞競賽學生。

四、選拔中華民國參加國際數學奧林匹亞競賽學生代表。

五、研究規劃中華民國主辦國際數學奧林匹亞競賽。

六、參加一九九六年第三十七屆國際數學奧林匹亞競賽。

七、規劃中華民國參加一九九七年第三十八屆國際數學奧林匹亞競賽事宜。

肆、工作期限：

民國八十四年七月至民國八十五年七月。

伍、組織：

由教育部聘請專家學者組成「中華民國數學奧林匹亞委員會」主辦，國立臺灣師範大學數學系及科教中心、中央研究院數學研究所及中華民國數學會協辦。

陸、一九九六年中華民國國際數學奧林匹亞選訓營：

一、參加資格：

a．初選代表選訓：尚未進入大學註册且年齡在二十歲以內（計至民國八十五年七月一日）並符合下列條件之一者：

1. 代表中華民國參加一九九六年亞太數學奧林匹亞競試之學生（共十名）。（以下２～５項總人數以十名爲原則）
2. 曾代表中華民國參加國際數學奧林匹亞競賽者。
3. 參加中華民國亞太數學奧林匹亞研習營成績優異，經承辦單位推薦者。
4. 參加教育部八十四學年度高級中學數學及自然學科資賦優異學生輔導，獲數學科鑑定小組推薦者。
5. 其他數學表現特殊優異具有具體事實，獲得中華民國數學奧林匹亞委員２人以上之推薦並經審查通過者。

b．國手代表選訓：（培訓代表６～８名，其中６位正選代表，１～２位候補代表）由前階段初選選訓營中選出正選代表６名，候補代表１～２名。

二、培訓時間及地點：

1. 符合初選選訓資格之學生（二十名爲原則），由中華民國數學奧林匹亞委員會具函邀請參加第一階段之初選訓練營——民國八十五年四月九日～民國八十五年四月十七日於國立臺灣師範大學理學院舉行。
2. 正式國手產生後之正選代表６名，候補代表１～２名，將從民國八十五年四月二十二日至七月四日，繼續參加培訓課程，培訓地點在各代表就讀學校或集中在台師大、中研院等大學機關院校，由中華民國數學奧林匹亞委員會培訓教授或各代表就讀學校之輔導老師擔任個別指導、獨立研究等訓練課程。

柒、獎勵：

1. 參加國際數學奧林匹亞成績表現優異者，由主辦單位推薦參加高級中學數學及自然學科資賦優異學生輔導甄試，並得推薦參加其他國際數學競試等有關活動。
2. 獲國際數學奧林匹亞金、銀、銅牌、特殊獎及榮譽獎者，由教育部另訂辦法獎勵之。
3. 參加國際數學奧林匹亞競賽成績表現優異者之輔導學校及輔導老師，得視實際情況由主管教育行政機關給予獎勵。

捌、工作進度表：

本計劃係配合中華民國參加一九九六年亞太數學奧林匹亞競賽計畫及第三十七屆國際數學奧林匹亞競賽時間表予以規劃，並於民國八十五年七月第三十七屆國際數學奧林匹亞競賽活動後完成，其進度列表如下：（見下頁）

玖：經費：

由教育部及國科會核定補助。

時　　間	進　　度　　表
1995年 7月 至 1995年11月	1.規畫中華民國參加一九九六年國際數學奧林匹亞競賽活動計畫。 2.連繫準備參加一九九六年國際數學奧林匹亞註冊事宜。
1995年12月 至 1996年 2月	1.國際數學競賽培訓活動資料蒐集研究。 2.向一九九六年第三十七屆主辦國正式提交中華民國參加計畫文件。 3.開發中華民國一九九六年國際數學奧林匹亞競賽試題。
1996年 3月	1.國際數學競賽培訓活動資料蒐集研究。 2.第三十七屆國際數學奧林匹亞競賽學生代表初選（二十名）。
1996年 4月	1.國際數學競賽培訓活動資料蒐集研究。 2.培訓第三十七屆國際數學奧林匹亞競賽學生初選代表。 3.第三十七屆國際數學奧林匹亞競賽學生代表決選，共計6～8名（含正選代表6名，候補代表1～2名）。 4.向一九九六年第三十七屆國際數學奧林匹亞競賽主辦國提出第三十七屆國際數學奧林匹亞建議試題、領隊及隨同人員名單、參加競賽人數及參加人員旅程初步安排。
1996年 5月	1.國際數學競賽培訓活動資料蒐集研究。 2.繼續培訓第三十七屆國際數學奧林匹亞競賽學生代表。
1996年 6月	1.國際數學競賽培訓活動資料蒐集研究。 2.繼續培訓第三十七屆國際數學奧林匹亞競賽六位正式學生代表。 3.確認我國參加第三十七屆國際數學奧林匹亞競賽代表團名單。 4.撰寫計畫報告。
1996年 7月	1.七月初繼續進行第三十七屆國際數學奧林匹亞競賽六位正式學生代表之最後培訓工作。 2.參加在一九九六年國際數學奧林匹亞主辦國舉行之國際數學奧林匹亞競賽。 3.編印計畫報告。

附錄：1996年第37屆 國際數學奧林匹亞競賽

一、參加資格：

由中華民國數學奧林匹亞委員會依國際數學奧林匹亞競賽規則選拔6位數學資賦優異學生，代表中華民國參加一九九六年第三十七屆國際數學奧林匹亞競賽。

二、競試日期與地點：

1. 日期：一九九六年七月五日至七月十七日。
2. 地點：印度新德里。

三、競試方式：

採筆試方式，計有試題六道，每題七分，滿分總共四十二分；分兩天舉行，每天三道題，答卷時間限制爲四小時三十分。需自備直尺、圓規等作答文具，惟不得使用電算器和圖表。

四、試題來源：

由一九九六年第三十七屆國際數學奧林匹亞試題委員會提供。

五、評分方式：

由各國領隊或副領隊依一九九六年國際數學奧林匹亞試題委員會提供之參考解答配分方案，進行初閱並經主辦國協調委員會協調後定出最後成績。

六、得獎類別：

1. 每位代表可獲頒發參與證書。
2. 依據一九九五年國際數學奧林匹亞競賽規則，優勝獎可分作金牌、銀牌、銅牌三個獎級，金、銀、銅三個獎級之人數比約爲1：2：3；而其得獎標準每年依競試審判委員會開會訂之。
3. 解題品質特殊優異者，可獲頒特殊獎。
4. 答題成績優異而未達金、銀、銅三種獎牌者，可獲頒榮譽獎。

★

高級中學數學及自然學科資賦優異學生輔導要點

編輯室

一、為輔導高級中學數學及自然學科資賦優異學生，繼續發展專長，並鼓勵攻讀基礎科學系科，以達適性教育，培植科學人才之目的，特依「特殊教育學生入學年齡修業年限及保送甄試升學辦法」第十三條之規定訂定本要點。

二、本要點以公私立高級中學數學及自然學科資賦優異之應屆畢業生為輔導對象（不含附設職業類科及進修補習學校之學生）。

三、數學及自然學科資賦優異學生之發掘與鑑定，採下列方式審慎辦理：

㈠ 初選：由高級中學遴選符合下列條件之一者，並依規定程序辦理推薦。

1. 高級中學學生經由任課輔導教師平時之觀察、評量、認定具有優異推理、創造力，且其數學或自然學科（物理、化學、生物、地球科學等四科中之一科以上之各年級（地球科學至少二學期以上）成績居全年級（指修習該科人數）成績百分之三以上，同時上述各科均及格者，由就讀學校依所附表格切實詳塡具體事實，報由主管教育行政機關彙轉教育部。
2. 參加主管教育行政機關主辦或委託辦理之高級中學數學及自然學科學習成就優異學生輔導、研習活動，有特殊表現者，由主辦單位列舉具體事實檢附有關資料逕送教育部。
3. 最近二年內曾參加國際性或主管教育行政機關主辦或委託辦理之全國性數學、物理、化學、生物、地球科學等學科競賽及展覽活動表現特別優異者，經主辦單位書面推薦，由就讀學校列舉具體事實檢附推薦書、表等有關資料，報由主管教育行政機關彙轉教育部（經本部專案核准者得由主辦單位逕報教育部）。
4. 曾有數學或自然學科學術性研究，並有具體成果，經公開發表且經就讀學校聘請該科大學教授二人以上審查推薦者。
5. 經主管教育行政機關核定有案之數理資優班，其數學或自然學科（物理、化學、生物、地球科學等四科中之一科以上）之各年級成績均居資優班前三分之一者。

㈡ 複選：

1. 由教育部聘請專家及有關人員組成鑑定小組，就上開初選名單之推薦資料及實施智力、性向等必要之測驗（性向明確表現特別優異經鑑定小組資料審查通過者得免參加測驗）結果進行研判，選拔能力特優學生參加科學研習營或直接保送參加升學甄試。
2. 透過科學研習營教學及甄選活動，由專家學者以觀察、面談、筆試實驗操作等評量方式所得之資料，並參考鑑定小組所舉辦之各項能力或性向測驗之客觀資料，經予綜合研判後甄選推薦優異學生，再送鑑定小組遴選資賦優異學生輔導升學。
3. 前項科學研習營由教育部委託有關大學辦理。

四、經遴選合格之資賦優異學生按其專長、性向及志願（以填報數學及自然學科之科系爲限）分發保送大學數學及自然科學系就讀。

五、經錄取分發之資賦優異學生，除非以書面向錄取之大學及就讀之高中聲明放棄錄取資格，否則一律不得報考當年度高一級學校入學考試。若違反上述規定，註銷其保送升學資格，並追究學校有關人員行政責任。

六、資賦優異學生入學後，因特殊原故申請轉系者，經原就讀學系及申請轉入學系同意後，應依規定辦理。

七、資賦優異學生經本要點升入大學數學及自然學科之科系者，由教育部給予獎勵以資鼓勵。獎勵辦法由教育部另定之。

八、資賦優異學生在學期間，學校應確實予以有計畫之個別輔導，俾其身心有正常之發展。

九、資賦優異學生之個案資料，各有關學校應切實整理、紀錄、相互銜接以便長期追蹤輔導。

十、各有關學校每學年應將資賦優異學生在校及追蹤輔導情形，函報各主管教育行政機關備查。

十一、鑑定所需之智力、性向等測驗，由教育部視需要聘請專家編製。

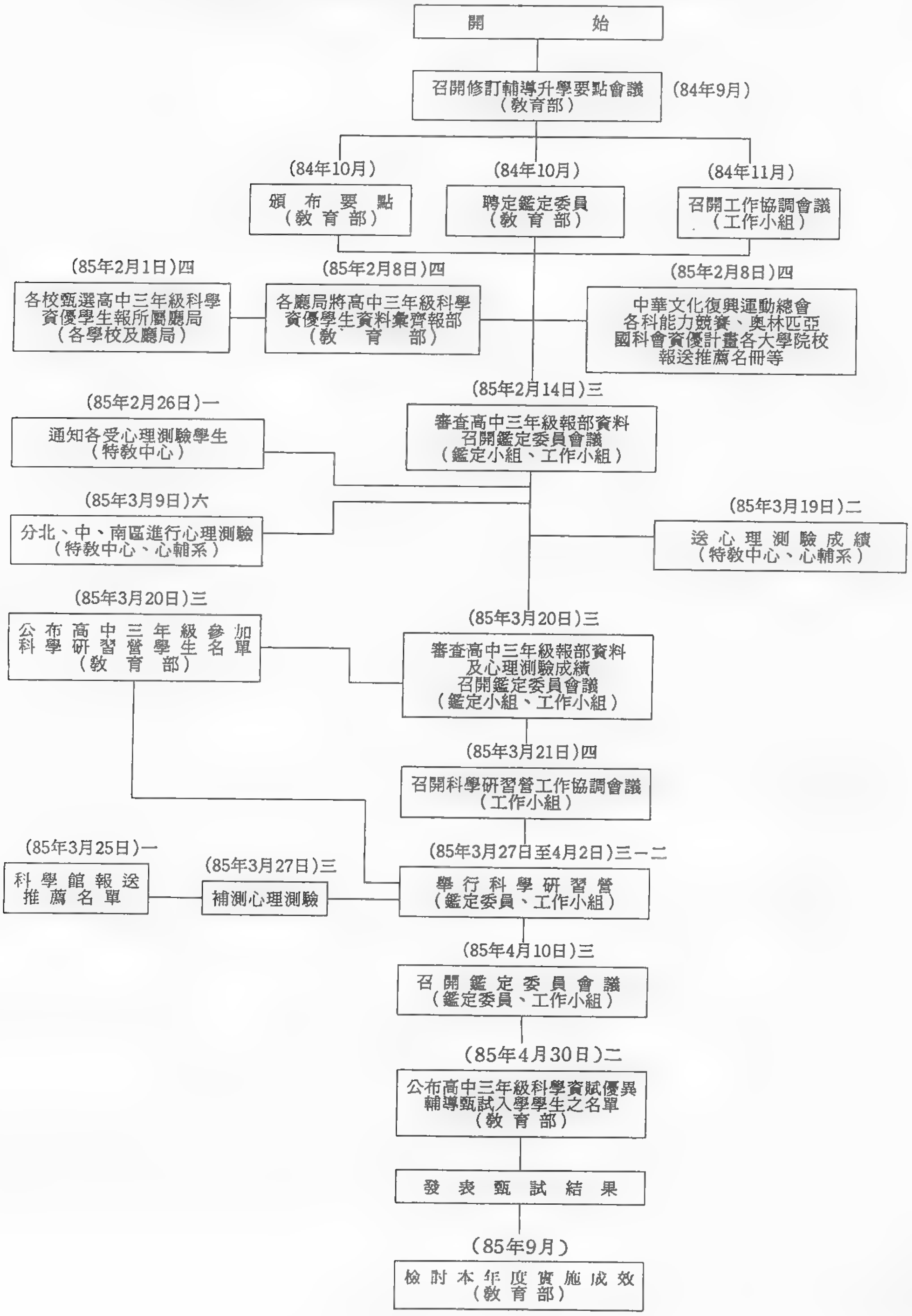
十二、各校個別輔導本案之資賦優異學生所需經費，教育部得依其輔導計畫，酌予補助。每年舉辦本案之科學研習營，辦理入學甄試及編製各項測驗所需經費，由教育部編列專款予以支應。

十三、本要點奉核定後實施：

（本輔導要點如有刊誤，自應以教育部核定者爲準。）

教育部八十四學年度高級中學數學及自然學科資賦優異學生輔導要點

八十四學年度高級中學數學及自然學科資賦優異學生輔導鑑定工作流程



★

八十四學年度高級中學數學及自然學科能力競賽計畫

編輯室

一、宗旨：爲加強輔導公私立高級中學數學及自然學科教育，提高學生對科學問題研究之興趣，激發其思考及創造能力，藉以鼓勵學生間與校際間的互相觀摩，提升科學教育品質。

二、參加對象：各公私立高級中學各年級學生。

三、競賽程序及主辦單位：

㈠ 初賽：由各高級中學自行辦理，並評選優勝學生代表參加複賽。（國立高級中學依學校所在地參加省市政府教育廳局主辦之複賽）。

㈡ 複賽：由省市政府教育廳局分別辦理，並選拔優勝學生代表參加決賽（名額如下）：自然學科組每科爲臺灣省二十八人、台北市八人、高雄市四人、數學組爲臺灣省三十五人、台北市十人、高雄市五人，另國立金門高中、馬祖高中得視實際情況評選優勝學生一名參加決賽。

㈢ 決賽：主辦—教育部

承辦—國立臺灣師範大學（數學科）

國立彰化師範大學（物理科）

國立高雄師範大學（化學科）

高雄市政府教育局（生物科、地球科學科）

四、舉辦日期：

㈠ 初賽：各校應於八十四年十一月十日以前辦理完畢，並將參加複賽學生報名表於十一月十五日以前送達省市政府教育廳局（或指定之複賽承辦單位）。

㈡ 複賽：應於八十四年十二月底前辦理完畢，並將參加決賽學生報名表（格式如附件二）於八十五年一月五日以前送達教育部及指定之決賽承辦單位。

㈢ 決賽：於八十五年二月底前舉行（地點及詳細日期由承辦單位另行通知）。

五、競賽方式及內容：

㈠ 初、複賽：由競賽主辦單位參照決賽方式與內容自行斟酌辦理。

(二)　決賽：

1.　競賽方式：(1)　筆試。

(2)　實驗設計與操作：（數學科除外）由主辦單位臨時宣布「問題」，參加競賽者應使用主辦單位所提供之儀器設備，依照競賽規則（主辦單位訂定並於賽前公布），在規定時限內設計及進行實驗解決問題，並提出書面報告。

(3)　口試或其他足資評鑑學生科學資訊能力之活動。

2.　競賽命題範圍：以高級中學課程教材範圍為原則，並包括部份相關基礎科學理論題目，以評測參加者潛能。

六、評審：

(一)　評審委員：由主辦單位聘請專家學者，或高級中學資深優秀教師，組成命題及評審委員會。

(二)　競賽評分方式：由命題及評審委員會決定，並於賽前公布。

七、獎勵：

(一)　初賽：優勝者由學校自行給獎。

(二)　複賽：優勝者由省市政府教育廳局分別給獎。

(三)　決賽：

1.　優勝者由教育部發給獎狀及獎學金（本學年度決賽獎勵標準詳如附件一）。

2.　獲得前三名之學生，由就讀學校依照「高級中學數學及自然學科資賦優異學生輔導升學要點」之規定推薦，參加上項資優生保送升學甄試，其指導教師由主管教育行政機關給予獎勵。

3.　數學、物理、化學科優勝者得由亞太數學奧林匹亞研習營及國際數學奧林匹亞研習營、國際化學奧林匹亞研習營、國際物理奧林匹亞研習營之主辦單位遴選參加研習。

八、輔導：

(一)　各校應將舉辦本項能力競賽初賽日期，函報省市政府教育廳局備查，並通知駐區督學列席指導。

(二)　本計畫有關事項，應確實督導執行，並請視導人員加強督導高級中學數學及自然學科教師重視實驗教學及資優生發掘與輔導。

(三)　競賽評分方式：由命題及評審委員會決定，並於賽前公布。

九、本項競賽應兼顧教育與競賽功能，在決賽時除競賽活動外，並得由承辦單位安排專題演講、討論、參觀等活動。

十、經費：由各競賽主辦單位寬列預算配合辦理。

十一、本計畫由教育部發布後實施。

（本計畫要點如有刊誤，自應以教育部核定者爲準。）

★

八十四學年度高級中學資訊學科能力競賽計畫

編輯室

一、宗旨：爲加強輔導公私立高級中學資訊教育，提高學生對資訊科學問題研究興趣，激發其思考與創造能力，藉以鼓勵學生間與校際間的互相觀摩，並兼顧教育與競賽功能，提高資訊教育品質。

二、參加對象：各公私立高級中學各年級學生。

三、競賽程序及主辦單位：

㈠ 初賽：由各高級中學自行辦理，並評選優勝學生代表參加複賽。（國立高級中學依學校所在地參加省市政府教育廳局主辦之複賽）。

㈡ 複賽：由省市政府教育廳局分別辦理，並選拔優勝學生代表參加決賽（名額如下:臺灣省二十八人、台北市八人、高雄市四人，另國立金門高中、馬祖高中得視實際情況評選優勝學生各一名參加決賽。）

㈢ 決賽：主辦—教育部

承辦—台北市政府教育局

四、舉辦日期：

㈠ 初賽：各校應於八十四年十一月十日以前辦理完畢，並參加複賽學生報名表於十一月十五日以前送達省市政府教育廳局（或指定之複賽承辦單位）。

㈡ 複賽：應於八十四年十一月底前辦理完畢，並將參加決賽學生報名表（格式如附

件二）於十二月五日以前送達教育部及指定之決賽承辦單位（台北市政府教育局）。

㈢ 決賽：八十五年元月八日。

五、競賽方式及內容：

㈠ 初、複賽：由競賽主辦單位參照決賽競賽方式與內容自行斟酌辦理。

㈡ 決賽：

1. 競賽方式：(1) 筆試。

(2) 程式設計實地測試。

○解題語言：BASIC、C、PASCAL等程式語言爲主，參賽者須自備軟體（版本不限）。

2. 競賽命題範圍：以高級中學課程教材範圍爲原則，並包含部份相關基礎科學理論題目，以評測參加者潛能。

六、評審：

㈠ 評審委員：由主辦單位聘請專家學者組成命題及評審委員會。

㈡ 競賽評分方式：由命題及評審委員會決定並於賽前公布。

七、獎勵：

㈠ 初賽：優勝者由學校自行給獎。

㈡ 複賽：優勝者由省市政府教育廳局分別給獎。

㈢ 決賽：

1. 優勝者由教育部發給獎狀及獎學金（本學年度決賽獎勵標準詳如附件一）。

2. 獲得前二名之學生，得由就讀學校推薦參加國際資訊奧林匹亞研習營。

八、經費：由各競賽主辦單位寬列預算配合辦理。

九、本計畫由教育部發布後實施。

（本計畫要點如有刊誤，自應以教育部核定者爲準。）

附件一

<table>
<tr><th colspan="6">八十四學年度高級中學數學、自然學科及資訊科競賽績優學生獎學金給獎標準</th></tr>
<tr><th rowspan="2">獎　別</th><th colspan="3">人　　數</th><th rowspan="2">獎金數額</th><th rowspan="2">備　　註</th></tr>
<tr><th>自然學科</th><th>數學科</th><th>資訊科</th></tr>
<tr><td>第一名</td><td>一人</td><td>一人</td><td>一人</td><td>貳萬元</td><td rowspan="5">(一)本項獎學金發給以個人爲對象。
(二)自然學科含物理、化學、生物、地球科學等四科。
(三)在不超過獎學金總金額前提下，得由評審委員會視競賽成績酌予調整（或從缺）。</td></tr>
<tr><td>第二名</td><td>四人</td><td>四人</td><td>四人</td><td>壹萬伍千元</td></tr>
<tr><td>第三名</td><td>六人</td><td>六人</td><td>六人</td><td>壹萬貳千元</td></tr>
<tr><td>第四名</td><td>十二人</td><td>十二人</td><td>十二人</td><td>捌千元</td></tr>
<tr><td>第五名</td><td>十九人</td><td>廿九人</td><td>十九人</td><td>伍千元</td></tr>
</table>

附件二

<table>
<tr><th colspan="8">（全銜）參加八十四學年度高級中學數學、自然學科及資訊科競賽報名表</th></tr>
<tr><th>組別</th><th>科別</th><th>姓　名</th><th>性別</th><th>就讀學校</th><th>年級別</th><th>指導老師</th><th>備　　註</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td rowspan="4">(一)本表由省市政府教育廳局繕造一式三份。
(二)指導教師以一名爲限。</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

★

統 一 編 號
006388830130

CONTENTS

Article

The function and application of performance assessment.......... ....Wen-Den Chen, I-Shin Chen, Hu-Hsiung Li, Maw-Fa Chien 2

Science-Gifted Education

A cradle of science gifted students -- Class of gifted young, University of Science and Technology of China , Mainland China..Ming-Tong Wey 12

Teaching Method

Approaches to promoting conceptual change in learning........... ....Chuan-Muh Chang 21

Science Classroom

Radication cups ....Chia-Yu Ho, Yai-Chun Lee 28

International Mathematics and Science Olympiad

Solutions with comments to problems of 36th International Mathematical Olympiad(II)..........Jau-D Chen, Jer-Shyong Lin, Jing Yu, Shian Leou, Liang-Ju Chu and Yu-Ching Hung 33

Solutions to problems of 1995 XXVI International Physics Olympiad(II)..Ming-Juey Lin 44

Comments on problems of 1995 XXVI International Physics Olympiad ....Ming-Juey Lin 52

Correspondence

A question in Earth Science............................Chun-Sun Lee 57

Announcements